IO vado al Liceo Scientifico...
...e ne sono convint@!

Qualora non siete motivati a iniziare il Liceo Scientifico, vi consigliamo di leggere l'Appendice A

26 maggio 2025

I.I.S.S. Copernico Pasoli
via Carlo Anti, 5 - 37132 Verona
via Girolamo Dalla Corte, 15 - 37131 Verona

Introduzione

Congratulazioni per aver conseguito la licenza media e per aver scelto di iscriverti al Liceo Scientifico Copernico Pasoli!

Questo testo è pensato come un piccolo supporto per rafforzare le tue conoscenze e aiutarti ad affrontare l'inizio del liceo con maggiore serenità. Nei primi mesi, infatti, molti studenti possono incontrare alcune difficoltà, in particolare nelle materie scientifiche come Matematica, Fisica e Scienze.

Queste discipline rappresentano il fulcro del liceo scientifico – come suggerisce anche il nome – e per affrontarle con successo è importante possedere alcuni prerequisiti che dovresti aver acquisito durante la scuola primaria e secondaria di primo grado (elementari e medie).

In questo fascicolo troverai una breve sintesi degli argomenti fondamentali e una serie di esercizi utili da svolgere durante l'estate, così da arrivare preparato all'inizio dell'anno scolastico. Se ti rendi conto che alcuni argomenti ti risultano poco chiari, ti invitiamo a rivederli sui libri delle medie o a cercare un aiuto, così da colmare eventuali lacune.

I tuoi futuri docenti riprenderanno e ripasseranno brevemente questi contenuti, considerandoli parte delle conoscenze già acquisite nel tuo percorso scolastico precedente.

Questo testo contiene almeno un errore. La precedente frase risulterà sempre vera! Infatti se nell'intero testo non troverai alcun errore, la frase in questione sarà errata e pertanto sarà lei stessa l'unico errore di questo libro. Se invece, molto più probabilmente, trovi degli errori o delle imprecisioni, non esitare a segnalarli a: fenzi-luca@copernicopasoli.it.

Si ringraziano la prof.ssa Spinelli e gli studenti Valentino, Garnero, Ribuoli di 1GSA per le correzioni, i suggerimenti e miglioramenti al testo

1

Aritmetica

Il termine aritmetica deriva dalla parola greca arithmetikè, a sua volta formata a partire dai termini arithmòs ("numero") e tèchne ("tecnica"), e significa letteralmente "arte dei numeri"

1.1 Le operazioni

Riassumiamo di seguito le principali proprietà delle operazioni:

Operazione	Proprietà	Esempio
Addizione	Commutativa $a+b=b+a$	$2+7=7+2$
	Associativa $a+(b+c)=(a+b)+c$	$2+(3+7)=(2+7)+5$
	0 è elemento neutro $a+0=0+a=a$	$3+0=0+3=3$
Moltiplicazione	Commutativa $a\cdot b=b\cdot a$	$2\cdot 7=7\cdot 2$
	Associativa $a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$	$2\cdot(3\cdot 7)=(2\cdot 7)\cdot 5$
	1 è elemento neutro $a\cdot 1=1\cdot a=a$	$3\cdot 1=1\cdot 3=3$
	Distributiva	
	a sinistra $a\cdot(b\pm c)=a\cdot b\pm a\cdot c$	$2\cdot(10+15)=2\cdot 10+2\cdot 15$
	a destra $(a\pm b)\cdot c=a\cdot c\pm b\cdot c$	$(15-10)\cdot 3=15\cdot 3-10\cdot 3$
Sottrazione	Invariantiva rispetto a	
	addizione $a-b=(a+c)-(b+c)$	$7-4=(7+3)-(4+3)$
	sottrazione $a-b=(a-c)-(b-c)$	$7-4=(7-3)-(4-3)$
Divisione	Distributiva a destra (non a sinistra)	
	addizione $(a+b):c=a:c+b:c$	$(99+9):3=(99:3)+(9:3)$
	sottrazione $(a-b):c=a:c-b:c$	$(99-9):3=(99:3)-(9:3)$
	Invariantiva rispetto a	
	moltiplicazione $a:b=(a\cdot c):(b\cdot c)$	$99:9=(99\cdot 3)-(9\cdot 3)$
	divisione $a:b=(a:c):(b:c)$	$99:9=(99:3):(9:3)$

☞ Non si può mai dividere un numero per 0.
In particolare, 0:0 può assumere qualsiasi valore (è **indeterminato**),
$n:0$ con $n\neq 0$, come per esempio 6:0, non ha alcun significato (è **impossibile**).

Legge di annullamento del prodotto *Il prodotto di due numeri a e b è uguale a zero se e solo se almeno uno dei due fattori è uguale a zero:*

$$a\cdot b=0 \quad\Leftrightarrow\quad a=0 \;\; o \;\; b=0.$$

1.1.1 Le potenze

Presta particolare attenzione all'utilizzo delle potenze e delle sue proprietà.

Le potenze a esponente intero positivo ($n \geq 1$) di base a sono definite nel seguente modo:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdots a}_{n \text{ volte}}, \qquad \text{per esempio } 2^5 = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}_{2 \text{ moltiplicato } 5 \text{ volte}} = 32,$$

nell'esempio 2^5, 2 rappresenta la base, mentre 5 è l'esponente.

Ci sono alcune potenze particolari:

Potenza con esponente 1:	$a^1 = a$	$3^1 = 3,\ 17^1 = 17,$
Potenza con base diversa da 0, esponente 0:	$a^0 = 1, a \neq 0$	$3^0 = 1,\ 17^0 = 1,$
Potenza con base 0, esponente 0:	0^0 Indefinito.	
Potenza con esponente negativo:	$a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$	$2^{-1} = \dfrac{1}{2},\ \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\dfrac{3}{2}\right)^2 = \dfrac{9}{4}.$

	Prodotto di potenze con		**Divisione di potenze con**	
ugual base	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5}$	$a^m : a^n = a^{m-n}$	$3^7 \cdot 3^4 = 3^{7-4}$
ugual esponente	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$3^5 \cdot 2^5 = (3 \cdot 2)^5$	$a^n : b^n = (a : b)^n$	$6^7 : 3^7 = (6 : 3)^7$

Potenza di potenza	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(2^3)^5 = 2^{3 \cdot 5}$

☞ Il prodotto di due fattori concordi (con lo stesso segno) è positivo, $(-2) \cdot (-3) = +6$; il prodotto di due fattori discordi (con segni diversi) è negativo, $(-2) \cdot (+3) = -6$. Da ciò segue che una potenza pari con base diversa da zero è sempre positiva, per esempio $(-2)^4 = +2^4$.

1.1.2 Ordine delle operazioni

Per fare le operazioni segui il seguente schema:

1. Parti dalla parentesi più interna
2. Svolgi le potenze
3. Quindi le moltiplicazioni e divisioni
4. infine le addizioni e sottrazioni

Per esempio nell'operazione 2^{3^2} prima devo svolgere le potenze più alte $2^{3^2} = 2^9 = 512$. Se invece ho il numero $(2^3)^2$ prima svolgo la parentesi interna e poi elevo al quadrato, quindi $(2^3)^2 = (8)^2 = 64$. In maniera analoga $-2^2 = -4$ poiché prima svolgo la potenza, poi la "sottrazione", mentre $(-2)^2 = 4$ poiché la parentesi mi impone di elevare al quadrato il -2, ed essendo una potenza pari il risultato è sempre positivo.

1.2 Le frazioni

Le operazioni con le frazioni si basano sulla scomposizione di un numero intero:

1.2.1 Scomposizione, MCD e mcm

Dati due numeri naturali a e b, diremo che b è **divisore** di a, a è **divisibile** per b o a è **multiplo** di b se esiste un numero naturale q tale che $a = q \cdot b$. Per esempio:

$$12 = 3 \cdot 4 \quad \Rightarrow \quad \text{3 e 4 sono divisori di 12 } \textit{o}$$
$$\text{12 è divisibile per 3 e 4 } \textit{oppure} \text{ 12 è multiplo di 3 e 4.}$$

Numero primo è un numero naturale maggiore di 1 che è divisibile soltanto per sé stesso e per 1. I primi numeri primi sono 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...

Il teorema fondamentale dell'aritmetica afferma che un numero intero o è un primo o è dato da un prodotto di numeri primi. Quindi possiamo sempre esprimere un numero intero come prodotto di numeri primi, per esempio

$$360 = 36 \cdot 10 = \underbrace{4 \cdot 9}_{36} \cdot \underbrace{2 \cdot 5}_{10} = \underbrace{2^2}_{4} \cdot \underbrace{3^2}_{9} \cdot 2 \cdot 5 = \underbrace{2^3 \cdot 3^2 \cdot 5.}_{\text{Scomposizione di 360}}$$

Dati due o più numeri naturali diversi da zero, il **Massimo Comun Divisore** (MCD) è il più grande fra divisori comuni. I divisori di 6 sono 1, 2, 3, 6. I divisori di 4 sono 1, 2, 4, quindi il più grande divisore tra 6 e 4 è 2: $\mathrm{MCD}(6, 4) = 2$.

Per calcolare il Massimo Comun Divisore, si scompongono i numeri in fattori primi, si considera il prodotto dei fattori primi comuni a tutti i numeri assegnati, presi una volta sola, ciascuno con il *minimo* esponente con cui figura nelle scomposizioni. Calcoliamo il Massimo Comun Divisore tra 54 e 180

$$\mathrm{MCD}(54, 180) = \mathrm{MCD}(2^1 \cdot 3^3, 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1) = 2^1 \cdot 3^2 = 18.$$

Dati due o più numeri naturali diversi da zero, il **minimo comune multiplo** (mcm) è il più piccolo fra i multipli comuni. Per esempio, i multipli di 6 sono 6, 12, 18, ... I multipli di 4 sono 4, 8, 12, 16, ... quindi il più piccolo multiplo tra 6 e 4 è 12: $\mathrm{MCD}(6, 4) = 12$.

Per calcolare il minimo comune multiplo, si scompongono i numeri in fattori primi, si considera il prodotto dei fattori primi comuni *e non comuni* a tutti i numeri assegnati, presi una volta sola, ciascuno con il *massimo* esponente con cui figura nelle scomposizioni. Calcoliamo il minimo comune multiplo tra 54 e 180

$$\mathrm{mcm}(54, 180) = \mathrm{mcm}(2^1 \cdot 3^3, 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1) = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5^1 = 540.$$

1.2.2 Operazioni con le frazioni

Siano a e b due numeri naturali con $b \neq 0$, si dice frazione una espressione del tipo $\frac{a}{b}$, essa indica il quoziente esatto della divisione tra a e b. Se il massimo comun divisore tra a e b è 1, la frazione si dice ridotta ai minimi termini. Per esempio $5/3$ è una frazione ridotta ai minimi termini, mentre $12/9$ non è ridotta ai minimi termini, infatti $\mathrm{MCD}(12, 9) = 3$. Per ottenere la frazione ridotta ai minimi termini basta dividere numeratore 12 e denominatore 9 per il $\mathrm{MCD}(12, 9) = 3$, infatti $\frac{12}{9} = \frac{12:3}{9:3} = \frac{4}{3}$, per la proprietà invariantiva della divisione.

Operazione	Definizione	Esempio
	Sia $m = \mathrm{mcm}(b, d)$ allora	
Addizione	$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a(m:b) + c(m:d)}{m}$	$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{3\cdot 3 + 5\cdot 2}{12} = \frac{19}{12}$
Sottrazione	$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a(m:b) - c(m:d)}{m}$	$\frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{3\cdot 3 - 5\cdot 2}{12} = -\frac{1}{12}$
Moltiplicazione	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a\cdot c}{b\cdot d}$	$\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} = \frac{3\cdot 5}{4\cdot 6} = \frac{15}{24}$
Divisione	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$	$\frac{3}{4} : \frac{5}{6} = \frac{3}{4} \cdot \frac{6}{5} = \frac{3\cdot 6}{4\cdot 5} = \frac{18}{20}$

☞

- La divisione gode della proprietà distributiva

  a destra: $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$, per esempio $\frac{6+9}{3} = \frac{6}{3} + \frac{9}{3} = 5$;

  non a sinistra: $\frac{a}{b+c} \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$, infatti $2 = \frac{6}{2+1} \neq \frac{6}{2} + \frac{6}{1} = 9$.

- Puoi semplificare termini nel numeratore e nel denominatore solo se appare la moltiplicazione, non se ci sono addizioni o sottrazioni; per esempio:

$$\frac{\cancel{6}^{2} \cdot 5}{\cancel{3}^{1} \cdot 7} = \frac{10}{7} \quad \text{invece} \quad \frac{11}{10} = \frac{6+5}{3+7} \neq \frac{2+5}{1+7} = \frac{7}{8}$$

La linea di frazione corrisponde simbolo della divisione, quindi $\frac{a}{b}$ non è altro che $a : b$. Non ti devi preoccupare se trovi linee di frazioni multiple $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$, queste corrispondono alla scrittura $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = (a : b) : (c : d)$.

1.3 Esercizi

Calcola il valore delle seguente espressioni, applicando dove possibile le proprietà delle potenze.

1 $[(2^6 \cdot 2^2)^2 : (2^5)^3]^3 - 2^3$ [0]

2 $[(-2)^{12} : (-2)^7] : (-2)^3 + [(-2)^{10} : (-2)^3] : (-2)^4 - 2^2$ [-8]

3 $\{[(-3)^3 + (-10)(-2)]^4\}^2 : [(-7)^4 \cdot (-7)^2] \cdot 7^{-1}$ [7]

4 $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2\left(-\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 : \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^4 \cdot \left[-(-2)^3\right]$ [2]

5 $1 + \frac{3}{4} : \left[\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{26} + \frac{5}{39}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right]$ [3]

6 $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4} : \left(-\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]^{-6}$ $[-\frac{27}{8}]$

7 $(-4) : (7-5) + (-3)^2 \cdot (6+3)^3 : (-3)^5$ $[-29]$

8 $\left[\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{15}{8}\right) + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right] \cdot \left(-\frac{3}{14}\right) - \frac{1}{8}$ $[-\frac{1}{2}]$

9 $\left[\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{3}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4\right] : \left\{\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(\frac{4}{3}\right)^2 + \frac{1}{3}\right]^2 \cdot 4 + \frac{8}{9}\right\} + \left[(75)^5\right]^0$ [1]

10 $\left[-6 \cdot (-3+5)^{-3} : (-4)^{-1} + \left(-1 + \frac{1}{2}\right)^3\right] : \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{9}{4}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{-3}\right] + (-2)^{-2}$ $[-17]$

11 $\dfrac{-3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right) + \frac{1}{18} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}}{\left(-1 - \frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3} - 1\right)^2} : \left(\frac{16}{25} - 1\right) : (-4)^{-1}$ [22]

12 $\frac{8}{7} \cdot \left[\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)^2 + (-2)^{-3}\right] - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} + 3 \cdot 2^{-3} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} - \left(1 - \frac{2}{5}\right)^{-2} - 2^0 + \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2}$ [0]

13 $\left(-1 - \frac{1}{2}\right)^{-2} : \left\{\left[\left(-1 + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{3} \cdot (-2)^{-1}\right] : (-2)^{-1} - \left(1 - \frac{3}{4}\right) : \left(-\frac{7}{5}\right)^{-1}\right\} - \frac{1}{11}$ $[\frac{7}{3}]$

14 $\{[(-15) \cdot (-15)^3 : 15^3] : [(-5)^4 : (-5)^3] + (-3)^2\} : [(-2^2 + 2) \cdot (-3)] \cdot (-3)^{-2} + 5^0$ $[\frac{10}{9}]$

15 $\dfrac{\left(\frac{3}{4} + 1 - \frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{8}{3} - \frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{11}{6} - \frac{7}{12}\right)^2 : \left(-\frac{4}{5}\right)^{-1}}{\left[\left(-\frac{9}{13}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{33}{26}\right) - \frac{5}{6} \cdot \left(\frac{23}{10} - \frac{12}{5}\right)\right]^2 : (-2)^{-3}}$ $[-1]$

2

Algebra

Il termine "algebra" deriva dalla parola araba *al-ǧabr*, che significa "aggiustare" o "ricomporre". Questa branca della matematica si occupa di generalizzare l'aritmetica, utilizzando lettere per rappresentare numeri e risolvere problemi in modo più astratto.

2.1 Monomi

Monomio è un'espressione algebrica data dal prodotto di numeri e lettere, o loro potenze, in cui gli esponenti delle variabili sono numeri naturali. Diremo che un monomio è in forma normale se si presenta come prodotto di un solo fattore numerico e di potenze letterali con basi diverse. In questo caso, distinguiamo il coefficiente, cioè il fattore numerico, dalla parte letterale, data dal prodotto dei fattori che contengono le variabili. Per esempio $2x3xy$ è un monomio, la forma normale si ottiene moltiplicando i numeri e applicando le proprietà delle potenze alle lettere simili, otteniamo così $6x^2y$. In questo caso 6 rappresenta il coefficiente, mentre x^2y la parte letterale.

Operazione	**Procedimento**	**Esempio**
Addizione e sottrazione	Si sommano/sottraggono i monomi *simili*, cioè che hanno la stessa parte letterale. La somma (differenza) di due monomi simili è un monomio simile con coefficiente la somma (differenza) dei coefficienti.	$3x + 2y$ non sono simili $4y + 3y = (4+3)y = 7y$ $4y - y = (4-1)y = 3y$
Moltiplicazione	Si moltiplicano i coefficienti e si sommano gli esponenti delle lettere uguali	$(-3xy^2) \cdot (-x^3y^5) =$ $= (-3) \cdot (-1)x^{1+3}y^{2+5} =$ $= +3x^4y^7$
Divisione	Si dividono i coefficienti e si sottraggono gli esponenti delle lettere uguali	$(-6x^3y^7) : (2xy^2) =$ $= (-6) : (2)x^{3-1}y^{7-2} =$ $= -3x^2y^5$
Potenza *n*-esima	Si eleva il coefficiente a n e si moltiplicano gli esponenti delle lettere per n	$(-3xy^3)^2 =$ $= (-3)^2x^{1\cdot 2}y^{3\cdot 2} = 9x^2y^6$

2.2 POLINOMI

Polinomio è un'espressione algebrica che può essere scritta come somma algebrica di monomi (detti termini del polinomio), per esempio $2x^2y + 4x$ è un polinomio. La forma normale di un polinomio si ottiene quando tutti i termini sono in forma normale e non sono presenti termini simili. Per esempio la forma normale di $5x + 1 + x^2 + 2x + 1$ è $x^2 + 7x + 4$.

Per svolgere l'**addizione** e la **sottrazione** tra polinomi: si tolgono le parentesi, cambiando il segno di ogni termine qualora sia presente il segno $-$, quindi si sommano e sottraggono gli eventuali termini simili:

$$\begin{aligned}(-3x + 5y - 1)\boldsymbol{-}(x + 2y - 3) + (2x + 1) &= -\underline{3x} + 5y \cancel{-1} \boldsymbol{-} \underline{x} \boldsymbol{-} 2y \boldsymbol{+}3 + \underline{2x} \cancel{+1} =\\ &= (-3 - 1 + 2)x + (5 - 2)y + 3 = -2x + 3y + 3.\end{aligned}$$

Per **moltiplicare** due polinomi si applica la proprietà distributiva della moltiplicazione:

$$(2x - 1)\underbrace{(3x - 2)}_{a} = 2x\underbrace{(3x - 2)}_{a} -1\underbrace{(3x - 2)}_{a} = 6x^2 - 4x - 3x + 2 = 6x^2 - 7x + 2;$$

per fare il calcolo più velocemente puoi moltiplicare ciascun termine del primo polinomio per tutti i termini del secondo:

$$(2x - 1)(3x - 2) = 2x \cdot 3x + 2x \cdot (-2) - 1 \cdot 3x - 1 \cdot (-2) = 6x^2 - 4x - 3x + 2 = 6x^2 - 7x + 2.$$

La **divisione** di un polinomio per un monomio, si ottiene con la proprietà distributiva a destra della divisione: ogni termine del polinomio viene diviso dal monomio:

$$(12x^3 - 5x) : (3x) = 12x^3 : 3x - 5x : 3x = \frac{12}{3}x^{3-1} - \frac{5}{3}x^{1-1} = 4x^2 - \frac{5}{3}.$$

2.2.1 Prodotti notevoli

Alcune moltiplicazioni tra polinomi sono frequenti, conviene quindi sapere il risultato:

Somma per differenza:	$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$
esempio:	$(3x + 2y)(3x - 2y) = (3x)^2 - (2y)^2 = 9x^2 - 4y^2;$
Quadrato di binomio:	$(A + B)^2 = (A + B)(A + B) = A^2 + 2AB + B^2$
esempio:	$(3x - 2y)^2 = (3x)^2 + 2(3x)(-2y) + (-2y)^2 = 9x^2 - 12xy + 4y^2.$

2.3 LE EQUAZIONI DI PRIMO GRADO

L'**equazione** è un'uguaglianza contenente almeno una lettera, detta incognita, di cui si cercano le soluzioni, cioè i valori che la rendono vera.

$$\underbrace{4x - 1}_{1^\circ\ \text{membro}} = \underbrace{2x + 3}_{2^\circ\ \text{membro}} \qquad x \text{ è un'incognita}$$

$x = 2$ è una soluzione, infatti $4 \cdot \mathbf{2} - 1 = 7 = 2 \cdot \mathbf{2} + 3$.

Per risolvere le equazioni di primo grado basta applicare i due principi di equivalenza:

Primo principio di equivalenza si può aggiungere o sottrarre a entrambi i membri di una equazione uno stesso termine. Per esempio nell'equazione $4x - 1 = 2x + 3$ andiamo a sommare entrambi i membri per $1 - 2x$ e semplifichiamo $4x \cancel{-1} \cancel{+1} \mathbf{- 2x} = \cancel{2x} + 3 \mathbf{+ 1} \cancel{\mathbf{-2x}}$.

Secondo principio di equivalenza si può moltiplicare o dividere entrambi i membri di una equazione per uno stesso termine, purché questo sia diverso da zero. Considerando l'equazione precedente $2x = 4$ dividiamo entrambi i membri per 2 e semplifichiamo $\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{4}{2}$.

Un'equazione di primo grado può essere

Determinata se ammette una sola soluzione, $4x = 4$ ha un'unica soluzione $x = 1$.

Impossibile se non ammette alcuna soluzione, $0x = 4$ è impossibile, qualsiasi numero moltiplicato per 0 da come risultato 0 e non 4 (per la legge di annullamento del prodotto); anche $0 = 1$ è un'equazione impossibile, 0 infatti è diverso dal numero 1.

Indeterminata se ammette infinite soluzioni, come ad esempio $0x = 0$ e $2 = 2$.

2.4 Problemi

Quando risolvi un problema o un qualsiasi esercizio ricordati che l'obiettivo non è arrivare alla soluzione, altrimenti potresti estrarre i numeri dalla tombola e casualmente trovare il risultato di un'equazione. Il tuo obiettivo è svolgere l'esercizio in modo tale che una qualsiasi altra persona possa accertare che la tua risoluzione non contenga errori. Per questo motivo è importantissimo scrivere in maniera ordinata e svolgere l'esercizio con metodo!

Per affrontare un problema per prima cosa bisogna leggere il testo e capirlo. Durante la lettura si può sottolineare/evidenziare la richiesta del problema e i dati che ci servono per la risoluzione. Una volta scritti i dati e il problema, può essere utile fare un disegno che schematizzi il problema. Il disegno deve essere il più generico possibile: se ti chiedono di disegnare un triangolo, non disegnare un triangolo isoscele, devi disegnarne uno scaleno con tutti i lati diversi.

Si sceglie quindi l'incognita (coincide molto spesso con la richiesta del problema) e si stabiliscono tutti i vincoli di questa incognita: se l'incognita x rappresenta un segmento, questa dovrà essere un numero positivo ($x > 0$); se rappresenta il numero di automobili, l'incognita sarà un numero intero ($x \in \mathbb{N}$).

A questo punto si traduce l'enunciato del problema in un'equazione. Si risolve l'equazione e si discute la soluzione (cioè si verificano che i vincoli dell'incognita siano rispettati).

Infine, si rilegge nuovamente il testo del problema, e si fornisce la risposta.

2.5 Esercizi

Semplifica le seguenti espressioni letterali, applicando ovunque possibile i prodotti notevoli:

16 $(-3a)^4 : a^2 - 4a^4x^2 : (-2ax)^2 - (-8a)^2$ $[16a^2]$

17 $\left(\frac{3}{2}a^3 - \frac{9}{4}a^2 + \frac{15}{6}a\right) : \left(-\frac{3}{2}a\right)$ $[-a^2 + \frac{3}{2}a - \frac{5}{3}]$

18 $\left[\left(-\frac{2}{3}a\right)^2\right]^2 : \left(\frac{1}{3}a\right)^3 + \left(-\frac{2}{3}b^3 + 5b^6 : \frac{5}{6}b^3\right) : b^2 + \frac{2}{3}b$ $[\frac{16}{3}a + 6b]$

19 $\left\{\left[\frac{1}{4} + 4a^4 + \left(-\frac{1}{2} + a\right)(1+2a)\left(\frac{1}{2} + 2a^2\right)\right] : \left[(-2a)^3\right]\right\}^2$ $[a^2]$

20 $(1-2x)(1+2x) + (1-5x)^2 - 2(4x-1)^2 - [-2x^2 - (1-3x)^2]$ $[1]$

21 $\left[(a-b)^2(a+b) - a(a-b)(a+b)\right] + b(a-b)(a+b)$ $[0]$

22 $-[(-2x+y)(2x+y)]^2 - (-4xy-1)(-4xy+1) + (4x^2+y^2)^2$ $[1]$

23 $3b\left(\frac{1}{3}b - \frac{5}{6}a\right) - \left(a - \frac{1}{2}b\right)^2 + \left(\frac{1}{2}b + \frac{2}{3}a\right)\left(-\frac{2}{3}a + \frac{1}{2}b\right) + \left(\frac{4}{3}a + b\right)\left(\frac{4}{3}a - b\right)$ $[\frac{1}{3}a^2 - \frac{3}{2}ab]$

24 $\left[(7x^2y - x^4y^2) : (-7x^2y)\left(\frac{1}{7}x^2y + 1\right) - \left(-\frac{1}{7}x^2y\right)^2 + 4x + 1 + x^2\right] : (2x)$ $[2 + \frac{1}{2}x]$

25 $\left\{[(5x-y)(5x+y) : (-5) - x(-5x)] : \left(-\frac{2}{5}y\right) - \frac{1}{2}y + 3\right\}^2$ $[y^2 - 6y + 9]$

Risolvi le seguenti equazioni nell'incognita x

26 $x + 2 = (x-4)\cdot 3$ $[7]$

27 $4(3+x) - 1 = 2(5+2x)$ [Impossibile]

28 $2x + 1 + 3x - 5 + 4 = 5x$ [Indeterminata]

29 $(x-3)(x+3) + 1 - 3x = (x-2)(x+2) + 5(x-1)$ $[\frac{1}{8}]$

30 $\frac{5}{4}x + \frac{1}{2} - 3\left(\frac{1}{3} - x\right) = \frac{1}{3} - x + 2\left(x - \frac{11}{12}\right)$ $[-\frac{4}{13}]$

31 $3\left[x - \frac{1}{2}(2x+1) + \frac{1}{2}\right] + \frac{x-1}{3} = \frac{x-2}{6}$ $[0]$

32 $\frac{x-3}{3} - \frac{(3+x)(3-x)}{2} = \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{3}\right)^2$ [Impossibile]

33 $(3x-2)^2-(2x+1)^2-(3-x)(3+x)=2(x-3)(3x+1)$ [Indeterminata]

34 $(x-2)^2=(x+2)(x-2)+2(1-x)$ [3]

35 $\frac{x+1}{2}\cdot\left(x-\frac{1}{2}\right)=\frac{2x-1}{4}\cdot(x+2)+\frac{3}{4}$ [-1]

36 $\frac{\left(\frac{2}{9}-\frac{1}{12}\right)\cdot(x+2)}{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}-\frac{\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\right)\cdot(x-1)}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}=x+2$ [$-\frac{1}{2}$]

Risolvi i seguenti problemi impostando e risolvendo opportune equazioni

37 Sommando il triplo di un numero ai suoi $3/5$ si ottiene 36. Calcola il numero. [10]

38 La somma di un numero, dei suoi $3/2$ e dei suoi $3/5$ è uguale a 62. Trova il numero [20]

39 Il doppio di un numero aumentato di 6 è uguale al triplo del numero stesso diminuito di 9. Trova il numero [15]

40 Il quadrato della somma di un numero e 4 è uguale al quadrato del numero stesso. Determina il numero [−2]

41 In una scuola ci sono 380 studenti e il numero dei ragazzi supera di 20 il doppio delle ragazze. Quanti sono gli studenti maschi? [260]

42 In un parcheggio ci sono sia motociclette sia auto. Le motociclette sono i $2/3$ delle auto. In tutto ci sono 48 mezzi di trasporto. Quante sono le auto? [Impossibile, perché?]

43 Si deve dividere la somma di 540€ fra tre persone in modo tale che la seconda riceva il doppio della prima e la terza il triplo della seconda. Quanto prende ciascuna delle tre persone? [60€;120€;360€]

44 In un triangolo isoscele il perimetro è 42 cm e la misura di ciascuno dei lati congruenti supera di 3 cm la base. Calcola la misura di ogni lato del triangolo [12 cm;15 cm; 15 cm]

45 L'altezza di un rettangolo è congruente a $4/11$ della base; il perimetro è 60 cm. Determina la misura della base del rettangolo [22 cm]

46 In un triangolo rettangolo la somma delle misure dei cateti è 21 cm e il cateto minore è congruente a $3/4$ del maggiore. Calcola il perimetro di un quadrato che ha il lato congruente alla misura dell'ipotenusa del triangolo rettangolo [60 cm]

47 Calcola il perimetro di un quadrato sapendo che aumentando la misura di un lato di 5 cm e diminuendo quella di un suo consecutivo di 3 cm si ottiene un rettangolo la cui area è uguale a quella del quadrato aumentata di 7 cm^2. [44 cm]

48 Il perimetro di un trapezio isoscele è 74 cm e il lato obliquo misura 17 cm. Se la differenza tra la misura della base maggiore e i $3/2$ di quella minore è 10 cm, calcola l'area del trapezio isoscele [300 cm^2]

3

Unità di misura

In fisica e scienze risulterà fondamentale prestare attenzione alle unità di misura. Il Sistema Internazionale di Unità (abbreviato con SI), concordato a livello internazionale nel 1960 a Parigi, prevede che le unità SI di lunghezza, tempo e massa siano rispettivamente, il metro (m), il secondo (s) e il kilogrammo (kg).

Grandezza	Unità di misura	Simbolo
Lunghezza	metro	m
Massa	kilogrammo	kg
Tempo	secondo	s

Per indicare i multipli e i sottomultipli di una certa unità di misura si usano dei prefissi standard, che presentano la potenza di dieci per la quale viene moltiplicata l'unità:

Potenza	Prefisso	Simbolo
$10^3 = 1\,000$	kilo	k
$10^2 = 100$	etto	h
$10^1 = 10$	deca	de
$10^{-1} = 0,1$	deci	d
$10^{-2} = 0,01$	centi	c
$10^{-3} = 0,001$	milli	m

Per esempio $2,5\,\text{km} = 2\,500\,\text{m}$, $37,2\,\text{cm} = 0,372\,\text{m}$ e $1,5\,\text{g} = 0,0015\,\text{kg}$.

Per il tempo, i multipli dei secondi sono giorni, ore e minuti.
1 giorno=24 ore, 1 ora=60 minuti, 1 minuto=60 secondi. Quindi:

$$1 \text{ giorno} = 1 \cdot 24 \text{ ore} = 1 \cdot 24 \cdot 60 \text{ minuti} = 1 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60\ s = 86\,400\ s.$$

3.1 Operazioni tra misure

L'operazione di addizione e sottrazione si possono eseguire solo tra grandezze omogenee, cioè con la stessa unità di misura: non si può sommare quindi $0,5\,\text{km}$ con $200\,\text{cm}$, conveniente riscrivere queste misure nelle unità del SI: $0,5\,\text{km} = 500\,\text{m}$ e $200\,\text{cm} = 2\,\text{m}$. Ora che le due misure sono omogenee (sono entrambe espresse in metri), le possiamo sommare:
$500\,\text{m} + 2\,\text{m} = 502\,\text{m}$.

Le operazioni di moltiplicazione, elevamento a potenza e divisione si possono eseguire anche tra grandezze di tipo diverso, ottenendo una grandezza differente rispetto a quella di partenza. Per esempio dividendo una lunghezza per un tempo si ottiene una velocità.

Fare le operazioni tra misure è analogo a fare le operazioni con i monomi (Non te li ricordi? ripassali alla Sezione 2.1). Infatti, una misura è composta da un numero e dalla parte letterale: l'unità di misura. Quindi, sapendo fare le potenze di monomi, possiamo trasformare delle misure di aree e volumi in unità del SI:

$$2,5\,\mathrm{km}^2 = 2,5(1\,\mathrm{km})^2 = 2,5(10^3\,\mathrm{m})^2 = 2,5\cdot 10^{3\cdot 2}\,\mathrm{m}^{1\cdot 2} = 2,5\cdot 10^6\, m^2,$$
$$15,3\,\mathrm{cm}^3 = 15,3(1\,\mathrm{cm})^3 = 15,3(10^{-2}\,\mathrm{m})^3 = 15,3\cdot 10^{-2\cdot 3}\,\mathrm{m}^{1\cdot 3} = 15,3\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3.$$

Il litro ℓ è una grandezza relativa al volume e nel SI corrisponde a un decimetro cubo, in lettere $1\,\ell = 1\,\mathrm{dm}^3$. Quindi nel SI otteniamo che:

$$750\,\mathrm{m}\ell = 0,75\,\ell = 7,5\,\mathrm{dm}^3 = 0,75\,(1\,\mathrm{dm})^3 = 0,75\,(10^{-1}\mathrm{m})^3 = 0,75\cdot 10^{-3}\mathrm{m}^3.$$

3.2 Esercizi

Trasforma le seguenti misure nelle unità del SI:

49 $2534\,\mathrm{g}$=__________ $635\,\mathrm{mg}$ =__________ $59,7\,\mathrm{hg}$=__________

50 $22,5\,\mathrm{cm}$=__________ $1,53\,\mathrm{mm}$ =__________ $29,3\,\mathrm{km}$=__________

51 1 settimana =__________ 4 ore=__________ 1 ora e 7 minuti=__________

52 $0,5\,\mathrm{km}^2$=__________ $6,73\,\mathrm{cm}^2$=__________ $13\,\mathrm{dm}^2$=__________

53 $0,5\,\mathrm{dm}^3$=__________ $75,3\,\mathrm{cm}^3$=__________ $450\,\mathrm{mm}^3$=__________

54 $0,5\,\ell$=__________ $16,3\,\mathrm{m}\ell$=__________ $21,70\,\mathrm{d}\ell$=__________

55 Una piscina olimpionica è lunga 50 m, profonda 200 cm e ha 10 corsie da 25 dm ciascuna. Calcola il volume della piscina nel SI e in litri ℓ. $[2\,500\,\mathrm{m}^3,\ 2\,500\,000\,\ell]$

A

… MA NON NE SONO TANTO CONVINT@

Se nutri dubbi sulla scelta fatta (per esempio hai difficoltà in matematica, ti sei fatto condizionare dagli amici oppure hai seguito sogni o voleri di familiari) parlane subito con il coordinatore di classe.

Inoltre, la scuola offre alcune iniziative di supporto, monitora la bacheca di ClasseViva per aver maggior dettagli:[1]

Corsi di recupero delle competenze base svolti nelle prime settimane di scuola, sono indirizzate a studenti con lacune in matematica, inglese o italiano.

Incontri sulla motivazione e riorientamento Se hai dubbi sulla scelta fatta, vorresti cambiare scuola o più semplicemente non trovi più la voglia di studiare, un docente con incontri mirati ti darà delle strategie per ritrovare la motivazione oppure ti potrà essere d'aiuto per valutare un cambio d'indirizzo.

Metodo di studio Nel primo trimestre in ogni classe vengono svolti delle lezioni sul metodo di studio. Qualora tu ne sentissi il bisogno puoi sempre chiedere approfondimenti o suggerimenti al docente coordinatore di classe.

Help Lezioni da un'ora tenute da docenti della materia che forniscono spiegazioni su quesiti specifici riferiti ai programmi svolti o di una guida per le esercitazioni. Gli help devono essere richiesti da minimo due studenti.

Peer Education: sportelli help condotti da studenti accompagnamento nello studio condotta da studenti del triennio, per singoli alunni o gruppi di alunni. Questa attività intende valorizzare le potenzialità insite nell'aiuto tra pari: non solo chi usufruisce di questo servizio riceve un aiuto efficace, ma anche chi si mette a disposizione sviluppa e valorizza le proprie competenze.

Sportello di ascolto e di aiuto psicologico tenuto da uno psicologo. Allo sportello d'ascolto possono accedere non solo gli studenti ma anche i genitori sempre su appuntamento. Per accedere allo sportello è necessario acquisire il consenso informato di genitori e tutori legali, per gli studenti minorenni.

Corsi di recupero svolti da docenti a seguito di una valutazione insufficiente nel trimestre e/o pentamestre.

[1] I progetti riportati sono stati attivati nell'anno scolastico 24/25. L'approvazione di corsi analoghi per l'anno scolastico 25/26 dipende dall'approvazione in Collegio Docenti e Collegio d'Istituto in base alle risorse disponibili.

B

...NE SONO ENTUSIASTA!

La nostra scuola offre molti progetti che ti possono arricchire: orientandoti per le tue scelte future, sviluppando nuove competenze e metterti in contatto con nuovi studenti o docenti che condividono le tue stesse passioni. Di seguito troverai una lista ristretta delle attività offerte dalla scuola, tieni sempre monitorata la bacheca di ClasseViva per poterti iscrivere a queste attività e molte altre.[1]

Gare di diverse materie, sia individuali che a squadre Matematica, Fisica, Informatica, Scienze Naturali, Chimica, Italiano, Scacchi, Robotica e Competizioni Sportive Scolastiche.

Progetti orientativi Biologia con curvatura biomedica, Corso di Autocad 2D e 3D, corsi per i test universitari.

Scambi, soggiorni studio, progetti Erasmus sia estivi che durante il periodo didattico.

Teatro, Band d'istituto, Gara di istituto di Debate e Booktrailer

Corsi di lingua con possibilità di sostenere le certificazioni linguistiche.

... Se hai letto fino a qui e gli esercizi ti sono risultati troppo facili. Prova a cimentarti con questi esercizi presi dai giochi matematici: Giochi della Bocconi C2 e Kangourou Cadet.

56 Se disegniamo due circonferenza e una retta, otteniamo al massimo 6 punti di intersezione. Quanti punti di intersezione otteniamo disegnando due circonferenze e due rette? Bisogna contare le intersezioni tra le due rette, tra le due circonferenze e tra le rette e le circonferenze

57 Qual è il più piccolo numero positivo pari per il quale la somma delle cifre è 23?

58 Sofia ha in mente due numeri interi positivi minori di 20 che differiscono per più di 2. Ne moltiplica uno per 5, somma l'altro al prodotto che ha ottenuto e raddoppia il risultato: ottiene così 212. Qual è la somma dei due numeri che aveva in mente?

59 L'insieme dei numeri interi tra 1 e 18 inclusi va ripartito in nove coppie, in modo che la somma dei due numeri che compongono ogni coppia sia un quadrato perfetto. In quanti diversi modi è possibile farlo?

60 Le ruote della bicicletta di Aldo hanno un raggio di 30 cm, quelle della bicicletta di Bernardo un raggio di 24 cm. Aldo e Bernardo iniziano a pedalare allo stesso istante nella stessa direzione e, a parità di tempo, il numero di giri fatti dalle loro ruote è lo stesso e si mantiene costante durante la pedalata. Dopo 15 minuti Aldo si ferma per aspettare Bernardo. Per quanti secondi lo dovrà aspettare?

[1] I progetti riportati sono stati attivati nell'anno scolastico 24/25. L'approvazione di corsi analoghi per l'anno scolastico 25/26 dipende dall'approvazione in Collegio Docenti e Collegio d'Istituto in base alle risorse disponibili.