

# Fisica

## Appunti di Fisica 4

Michele prof. Perini

ISS Copernico Pasoli - Liceo Scientifico

A.S. 2023-2024

- 1 Onde meccaniche
  - Onde
  - Sviluppo di Fourier
  - Onde armoniche
  - Caratteristiche e intensità
  - Onde sonore
  - Effetto Doppler
  - Sovrapposizione
  - Battimenti
  - Onde stazionarie

- 2 La luce e le onde
  - Riflessione
  - Rifrazione
  - Riflessione totale

- Dispersione
- Diffrazione
- Interferenza

3

### Campo elettrico

- Legge di Coulomb
- Campo elettrico
- Teorema di Gauss
- Condensatore piano

4

### Potenziale

- Energia potenziale
- Potenziale di una carica puntiforme
- Capacità
- Capacità del condensatore
- Energia in un condensatore

- Densità di energia

5

## Corrente elettrica

- Conduttore ohmico
- I legge di Ohm
- II legge di Ohm
- Interpretazione microscopica
- Circuiti
- Legge dei nodi e delle maglie
- Resistori
- Resistori in serie
- Resistori in parallelo
- Condensatori
- Condensatori in serie
- Condensatori in parallelo

- Circuito RC

6

## Campo magnetico

- Legge di Lorentz
- Moto carica in campo  $B$
- Selettore di velocità
- Forza su tratto di filo
- Legge di Biot e Savart
- Circuitazione
- Teorema di Ampere
- Forze tra fili
- Solenoide

Sono moltissimi i fenomeni fisici che hanno comportamento ondulatorio:

- i terremoti
- le maree
- la propagazione del suono
- la luce
- il comportamento di alcuni circuiti elettrici
- il comportamento di semplici sistemi meccanici come l'oscillatore
- ...

Analizzeremo nel dettaglio alcuni particolari fenomeni ondulatori ma prima dobbiamo definire cosa sia un'onda (ci limiteremo ad un'onda piana) dal punto di vista fisico-matematico.

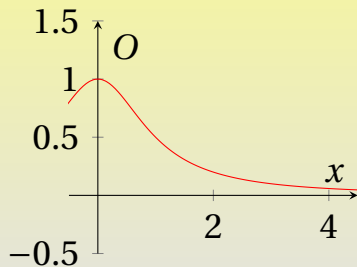
### Onda (piana)

Un'onda (piana) è una funzione  $O(x, t)$  della posizione  $x$  e del tempo  $t$  del tipo:

$$O(x, t) = f(x - vt) + g(x + vt)$$

con  $v$ , la velocità di propagazione dell'onda sull'asse  $x$ .

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = f(x - vt)$



$t = 0$

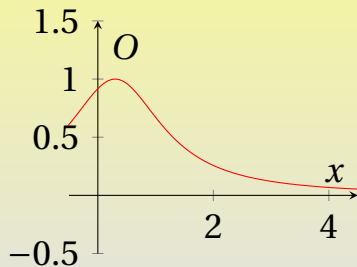
Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = \frac{1}{1 + (x - vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).



Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = f(x - vt)$



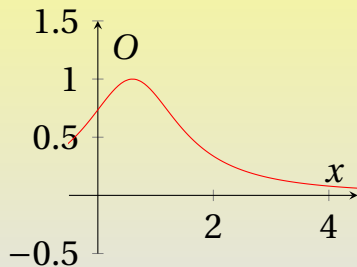
$t = 1$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = \frac{1}{1 + (x - vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = f(x - vt)$



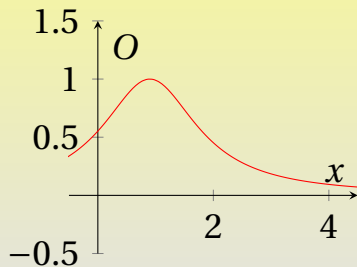
$$t = 2$$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = \frac{1}{1 + (x - vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = f(x - vt)$



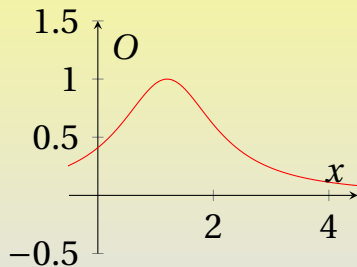
$t = 3$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = \frac{1}{1 + (x - vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = f(x - vt)$



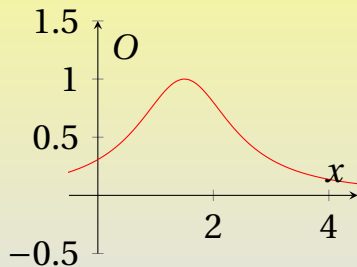
$t = 4$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = \frac{1}{1 + (x - vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = f(x - vt)$



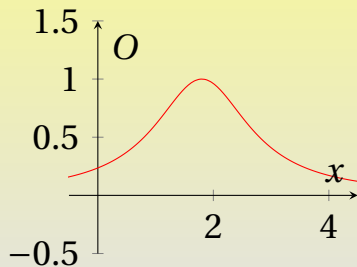
$t = 5$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = \frac{1}{1 + (x - vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = f(x - vt)$



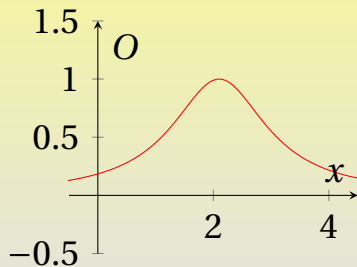
$t = 6$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = \frac{1}{1 + (x - vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = f(x - vt)$



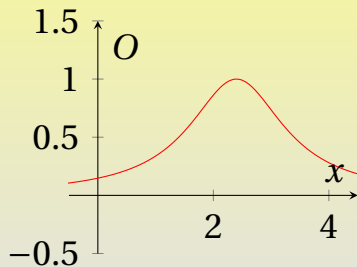
$$t = 7$$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = \frac{1}{1 + (x - vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = f(x - vt)$



$t = 8$

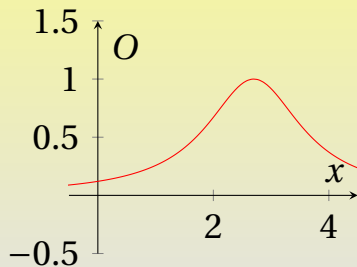
Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = \frac{1}{1 + (x - vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).



Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = f(x - vt)$



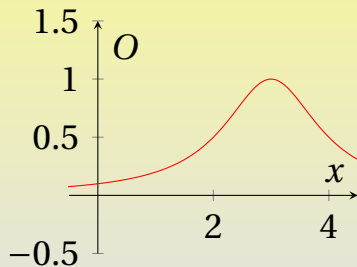
$t = 9$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = \frac{1}{1 + (x - vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = f(x - vt)$



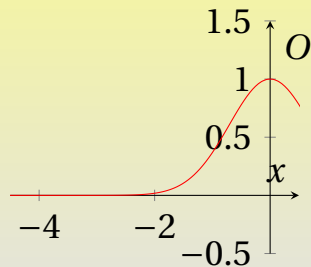
$t = 10$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = \frac{1}{1 + (x - vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = g(x + vt)$



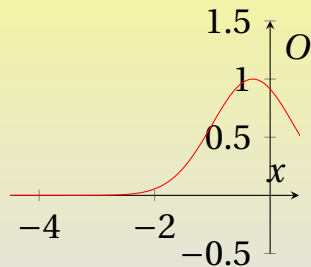
$t = 0$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = e^{-(x+vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = g(x + vt)$



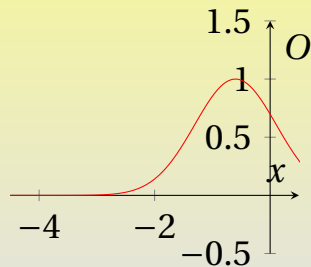
$t = 1$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = e^{-(x+vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = g(x + vt)$



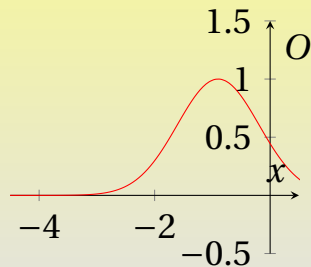
$$t = 2$$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = e^{-(x+vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = g(x + vt)$



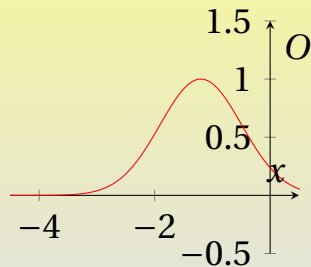
$t = 3$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = e^{-(x+vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = g(x + vt)$



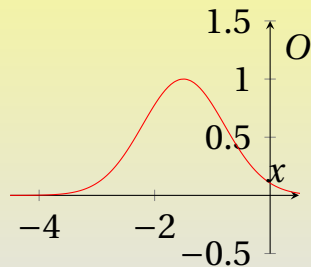
$t = 4$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = e^{-(x+vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = g(x + vt)$



$t = 5$

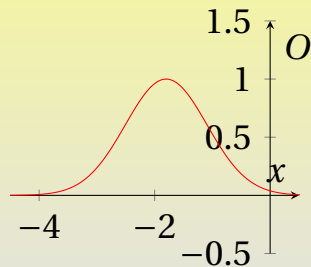
Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = e^{-(x+vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).



Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = g(x + vt)$



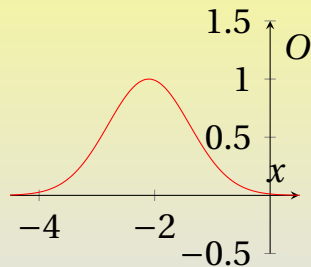
$t = 6$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = e^{-(x+vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = g(x + vt)$



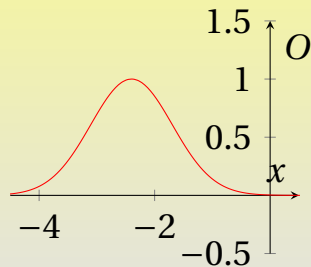
$$t = 7$$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = e^{-(x+vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = g(x + vt)$



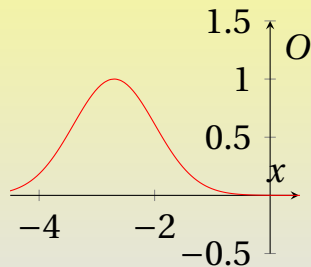
$$t = 8$$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = e^{-(x+vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = g(x + vt)$



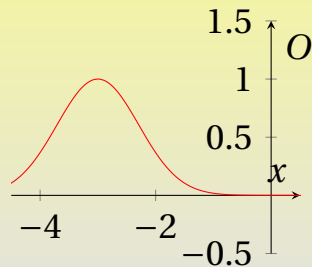
$t = 9$

Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = e^{-(x+vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

Esempio: onda del tipo  $O(x, t) = g(x + vt)$



$t = 10$

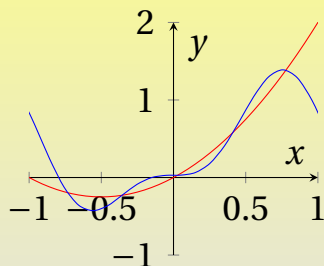
Consideriamo la funzione:

$$O(x, t) = e^{-(x+vt)^2}$$

e il suo comportamento al variare del tempo ( $v > 0$ ).

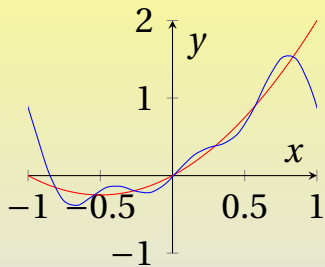
Una funzione  $f(x)$  che sia periodica di periodo  $T$  o definita su di un intervallo di  $\mathbb{R}$  può essere approssimata da una somma di funzioni tipo seno e coseno. Ad esempio se  $x \in [-1; 1]$ :

$$\begin{aligned} f(x) = x + x^2 \approx & 1/3 - 4 \frac{\cos(\pi x)}{\pi^2} + 2 \frac{\sin(\pi x)}{\pi} \\ & + \frac{\cos(2\pi x)}{\pi^2} - \frac{\sin(2\pi x)}{\pi} - 4/9 \frac{\cos(3\pi x)}{\pi^2} + 2/3 \frac{\sin(3\pi x)}{\pi} \\ & + 1/4 \frac{\cos(4\pi x)}{\pi^2} - 1/2 \frac{\sin(4\pi x)}{\pi} + \dots \end{aligned}$$



Approssimazione con i primi addendi della sommatoria.

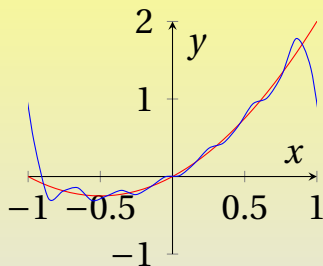
$$\begin{aligned}
 & x \in [-1; 1] \\
 & f(x) = x + x^2 \approx \\
 & \frac{1}{3} - 4 \frac{\cos(\pi x)}{\pi^2} + 2 \frac{\sin(\pi x)}{\pi} + \\
 & \frac{\cos(2\pi x)}{\pi^2} - \frac{\sin(2\pi x)}{\pi} \dots
 \end{aligned}$$



Approssimazione con qualche addendo in più.

$$\begin{aligned}
 x &\in [-1; 1] \\
 f(x) = x + x^2 &\approx \\
 &1/3 - 4 \frac{\cos(\pi x)}{\pi^2} + 2 \frac{\sin(\pi x)}{\pi} + \\
 &\frac{\cos(2\pi x)}{\pi^2} - \frac{\sin(2\pi x)}{\pi} \dots
 \end{aligned}$$





Approssimazione con ancora qualche addendo in più.

$$x \in [-1; 1]$$

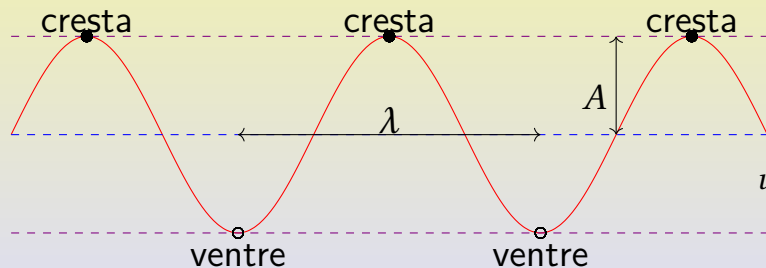
$$f(x) = x + x^2 \approx$$

$$\frac{1}{3} - 4 \frac{\cos(\pi x)}{\pi^2} + 2 \frac{\sin(\pi x)}{\pi} +$$

$$\frac{\cos(2\pi x)}{\pi^2} - \frac{\sin(2\pi x)}{\pi} \dots$$

## Equazione di un'onda armonica

$$O(x, t) = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x \pm \frac{2\pi}{T}t\right)$$

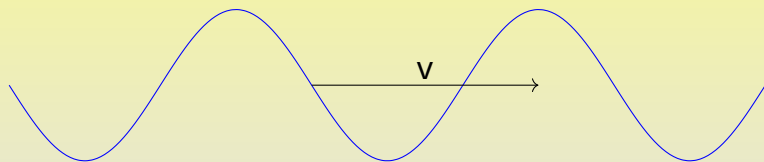


$$f = \frac{1}{T}$$
$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

Le onde meccaniche:

- si propagano in un determinato mezzo di propagazione
- hanno una velocità di propagazione nel mezzo che dipende dalle caratteristiche fisiche del mezzo stesso
  - la velocità di propagazione è riferita ad un sistema di riferimento ancorato al mezzo
- trasmettono energia attraverso il mezzo di propagazione

## Onde meccaniche longitudinali e trasversali



Longitudinali  $\Rightarrow$  le

particelle si spostano nella  
direzione di propagazione  
dell'onda:

- suono

Trasversali  $\Rightarrow$  le particelle

si spostano in direzione  
perpendicolare a quella di  
propagazione dell'onda:

- onde marine

## Intensità

$$I = \frac{E}{S \cdot \Delta t} = \frac{P}{S}$$

L'intensità di un'onda è l'energia ( $E$ ) trasmessa da un'onda in un certo intervallo di tempo ( $\Delta t$ ) che attraversa una certa superficie ( $S$ ), è anche la potenza ( $P$ ) sulla superficie. L'unità di misura dell'intensità è il  $\frac{W}{m^2}$ .

## Caratteristiche onde sonore:

- velocità di propagazione in aria alla pressione di 1 atmosfera e alla temperatura di 20°C:

$$v = 343 \frac{m}{s}$$

- altre velocità di propagazione del suono in tabella a pag. 10
- frequenze sonore udibili dagli esseri umani vanno dai 20 Hz ai 20 000 Hz
- minima intensità sonora udibile dagli esseri umani  $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$

Livello di intensità di un'onda sonora ( $\beta$ )

$$\beta = \log_{10} \left( \frac{I}{I_0} \right) B = 10 \cdot \log_{10} \left( \frac{I}{I_0} \right) dB$$

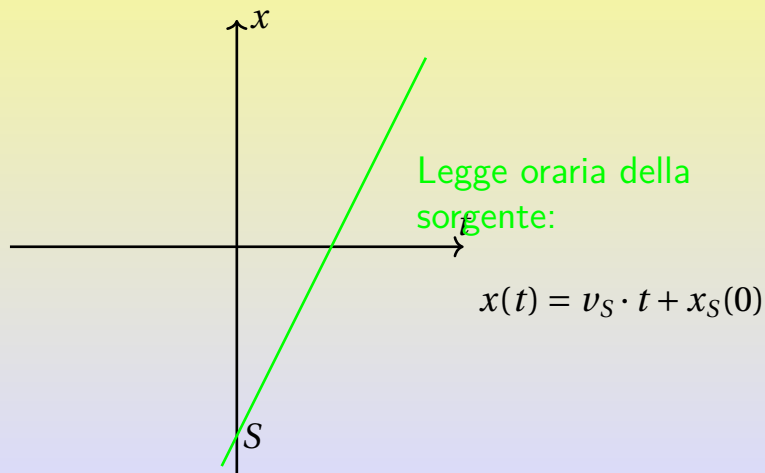
La scala di intensità del suono (la cui unità di misura è il bel (B), e il suo sottomultiplo, il decibel (dB)) è una scala logaritmica che dà un'idea del fatto che il volume di un certo suono sembri nullo quando la sua intensità è la minima udibile ( $I_0$ ) e raddoppi all'aumentare di 10 volte dell'intensità. Il livello di intensità del suono è un numero puro.

L'effetto Doppler consiste nella diversa frequenza ricevuta da un osservatore rispetto alla frequenza emessa dalla sorgente, a causa del movimento relativo di sorgente (S) e osservatore (O).

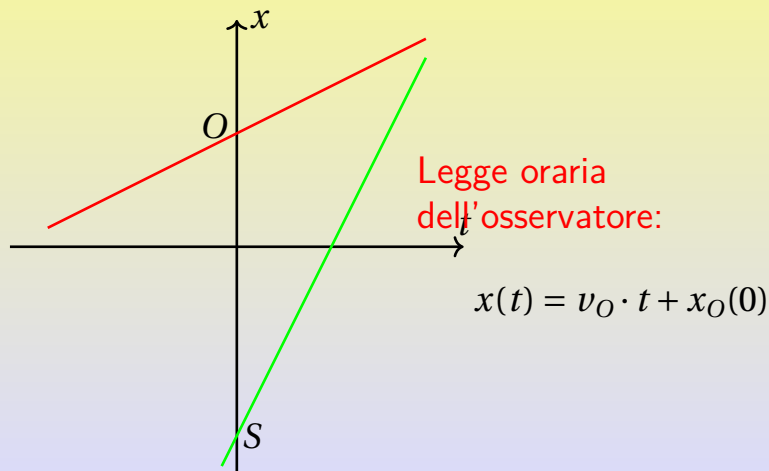
Nel caso delle onde meccaniche la velocità dell'onda è sempre riferita al mezzo in cui l'onda si propaga, tutte le velocità utilizzate nella dimostrazione sull'effetto Doppler sono riferite al mezzo di propagazione.



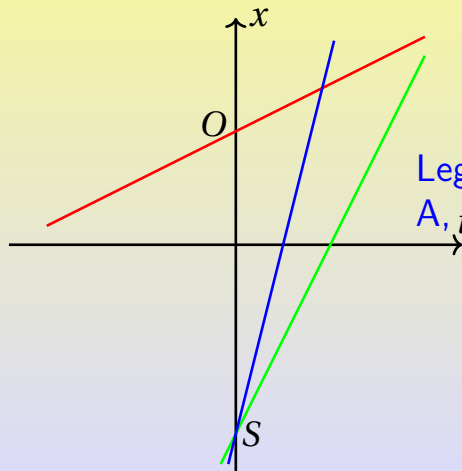
Effetto Doppler, grafico posizione-tempo:



Effetto Doppler, grafico posizione-tempo:



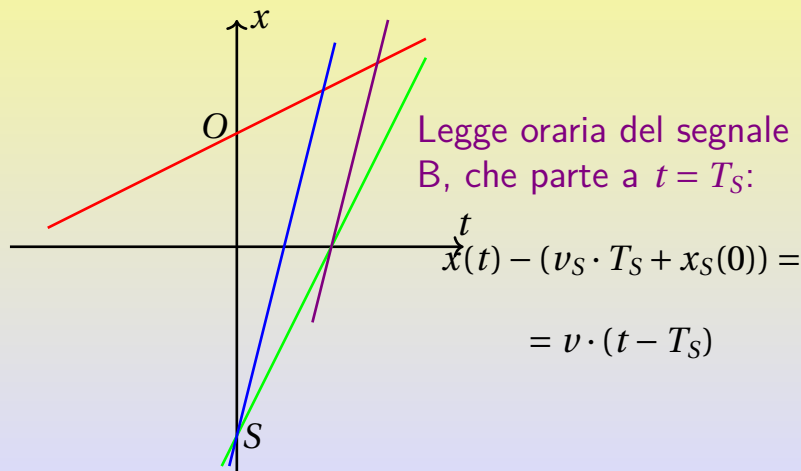
Effetto Doppler, grafico posizione-tempo:



Legge oraria del segnale  
 $A$ , che parte a  $t = 0$ s:

$$x(t) = v \cdot t + x_S(0)$$

Effetto Doppler, grafico posizione-tempo:



$t_A$ , istante in cui il segnale A raggiunge l'osservatore:

$$\begin{cases} x(t) = v_O \cdot t + x_O(0) \\ x(t) = v \cdot t + x_S(0) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \dots \\ t = \frac{x_O(0) - x_S(0)}{v - v_O} = t_A \end{cases}$$

$t_B$ , istante in cui il segnale B raggiunge l'osservatore:

$$\begin{cases} x(t) = v_O \cdot t + x_O(0) \\ x(t) - (v_S \cdot T_S + x_S(0)) = v \cdot (t - T_S) \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x = \dots \\ t = \frac{T_S v - T_S v_S + x_O(0) - x_S(0)}{v - v_O} = t_B \end{cases}$$

$T_O$ , periodo registrato dall'osservatore O:

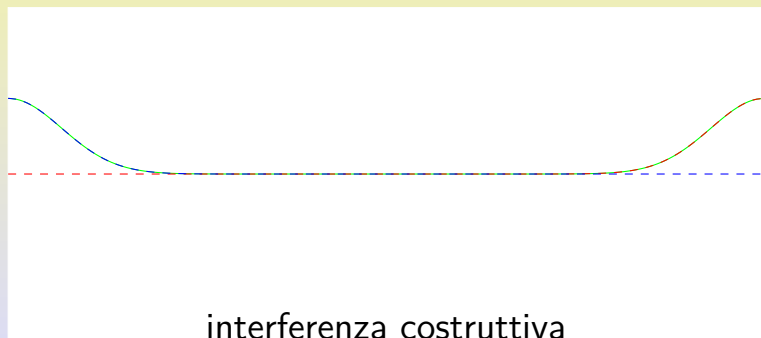
$$T_O = |t_B - t_A| = \left| \frac{v - v_S}{v - v_O} \right| T_S$$

$f_O$ , frequenza registrata dall'osservatore O:

$$f_O = \left| \frac{v - v_O}{v - v_S} \right| f_S$$

Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

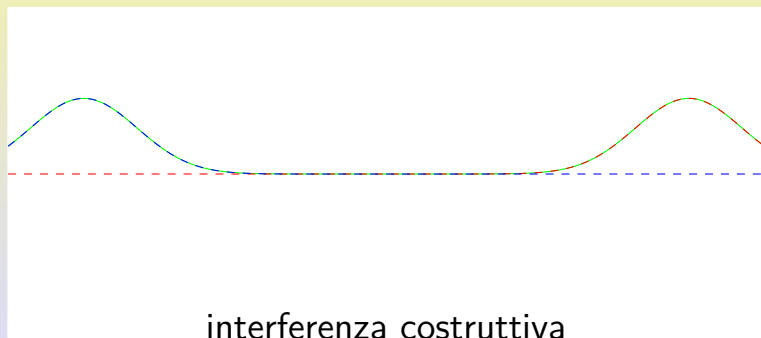
$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$





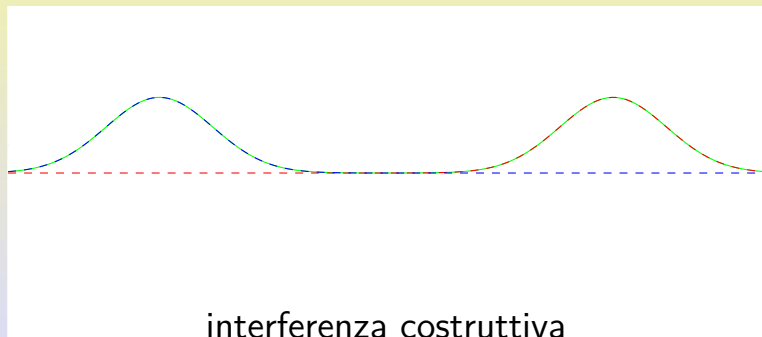
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



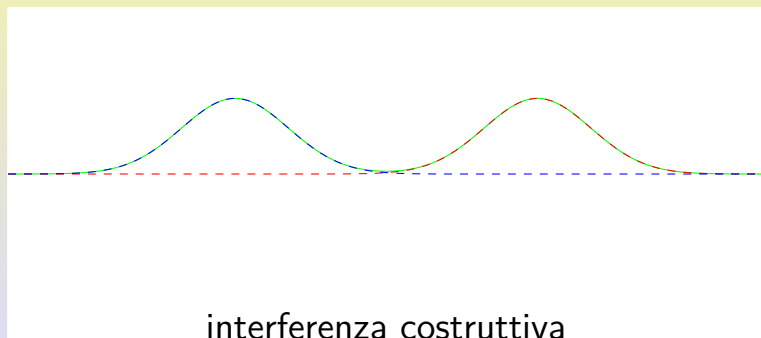
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



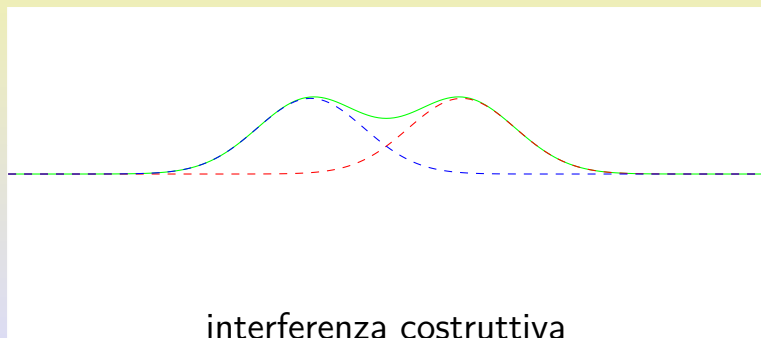
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



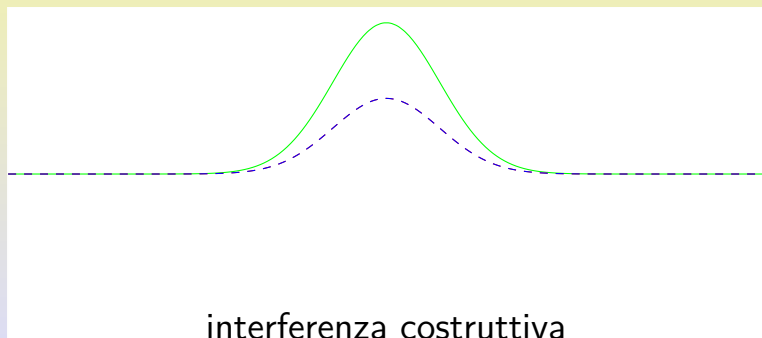
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



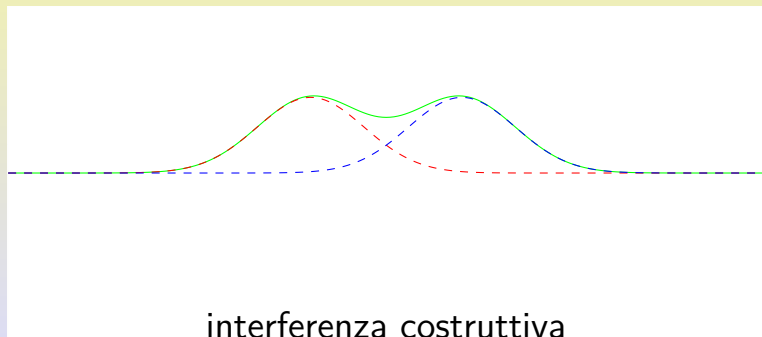
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



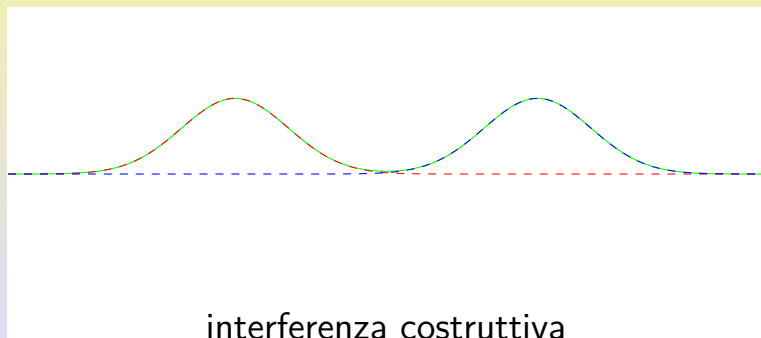
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



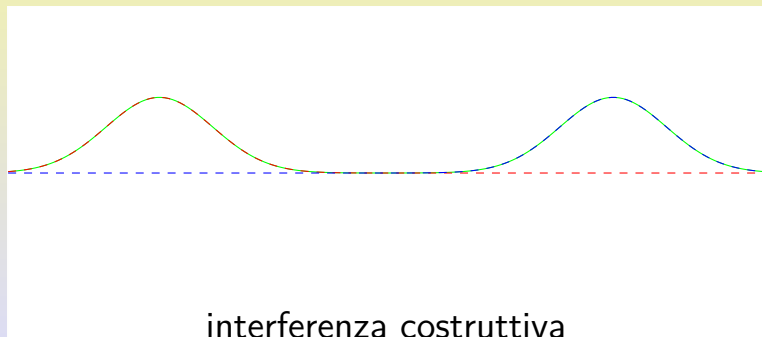
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$

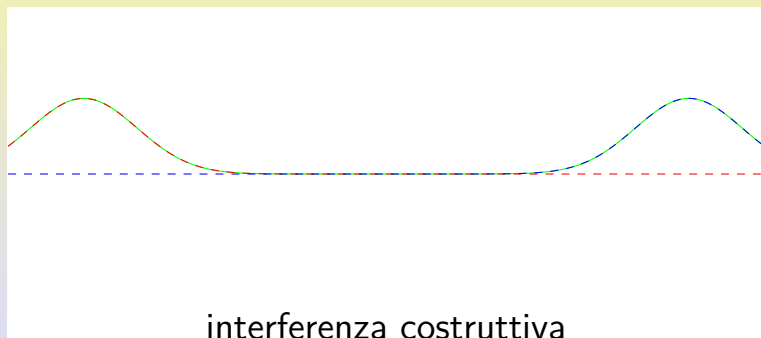


interferenza costruttiva



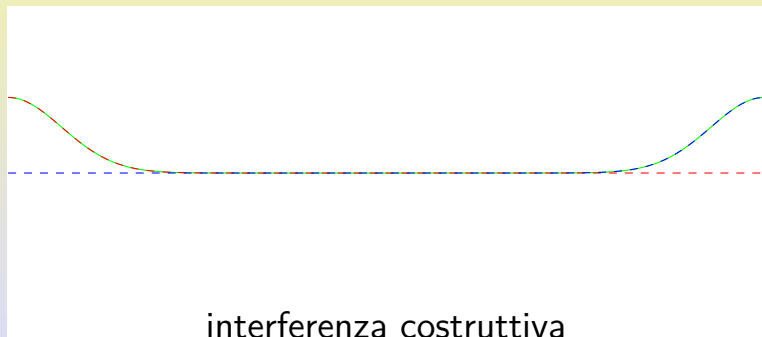
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



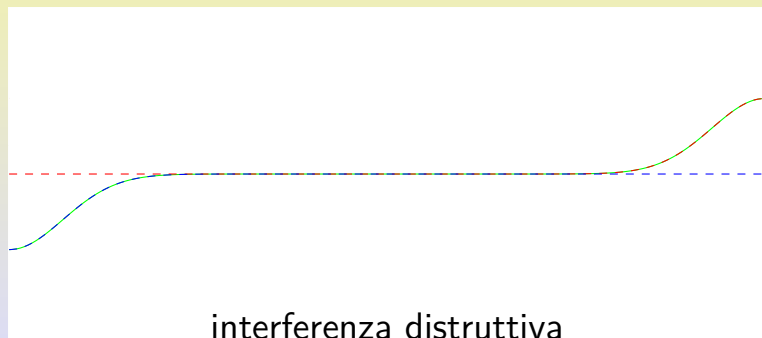
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



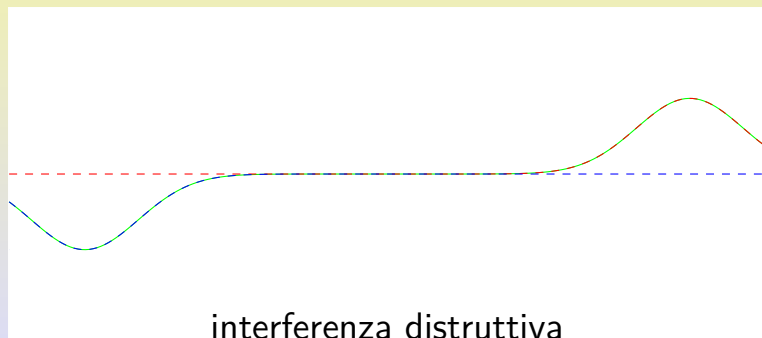
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



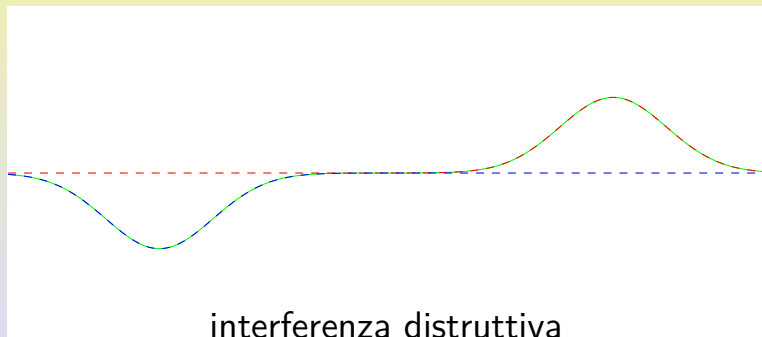
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



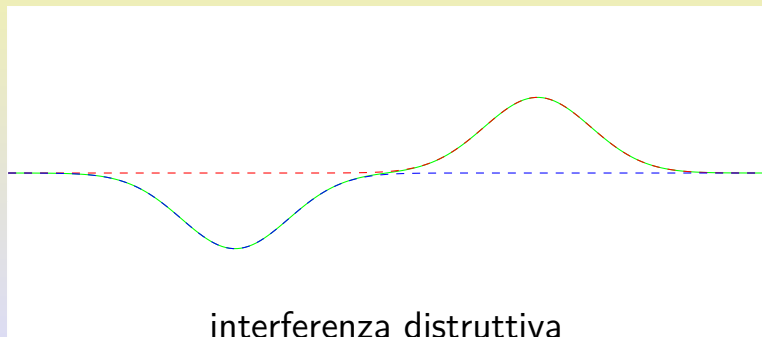
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



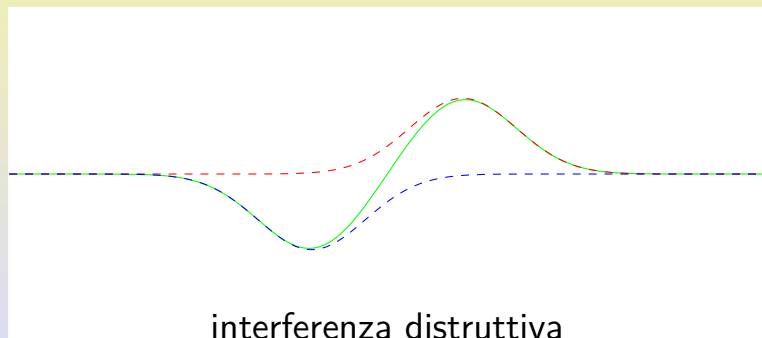
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



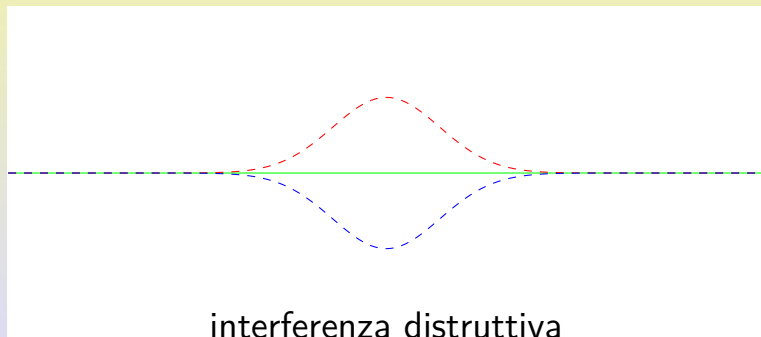
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

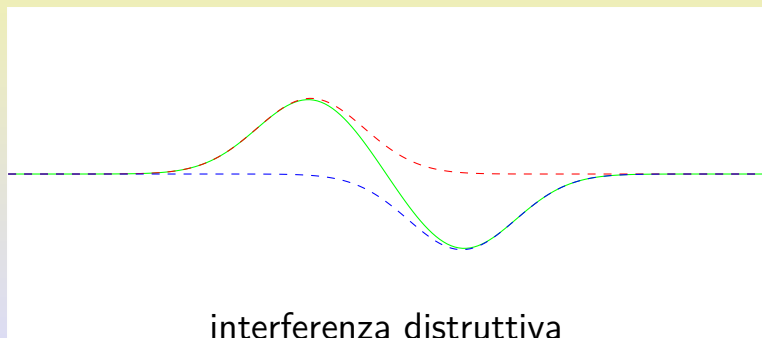
$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$





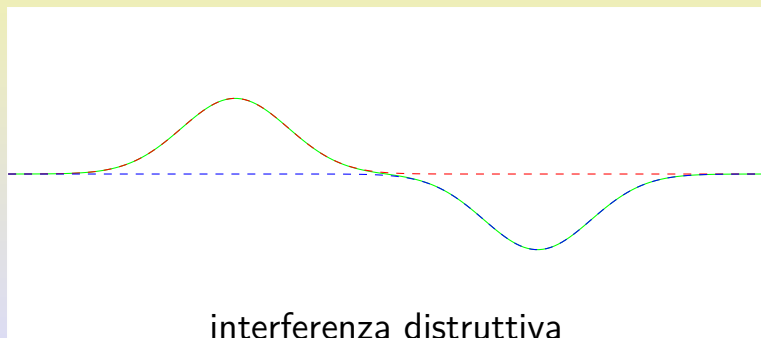
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



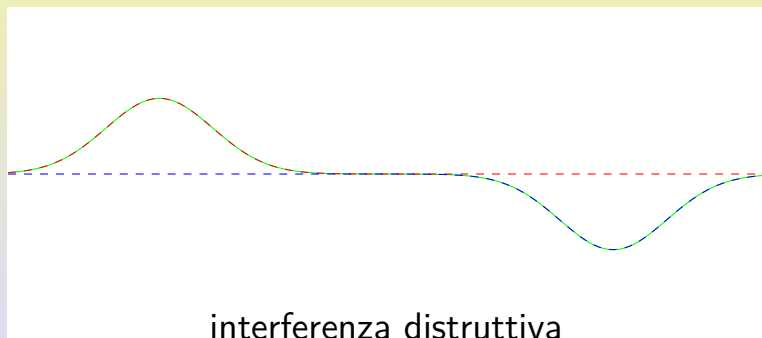
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

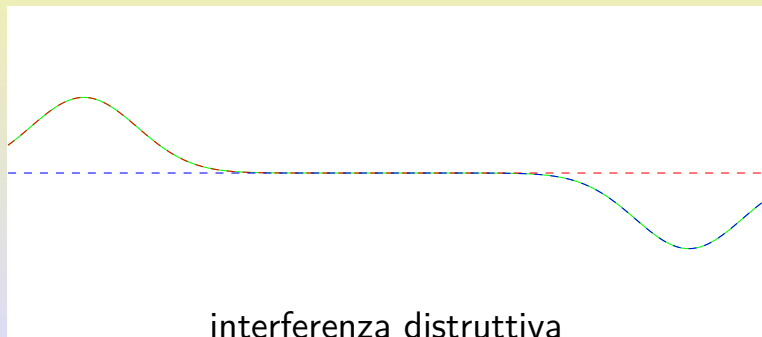
$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



interferenza distruttiva

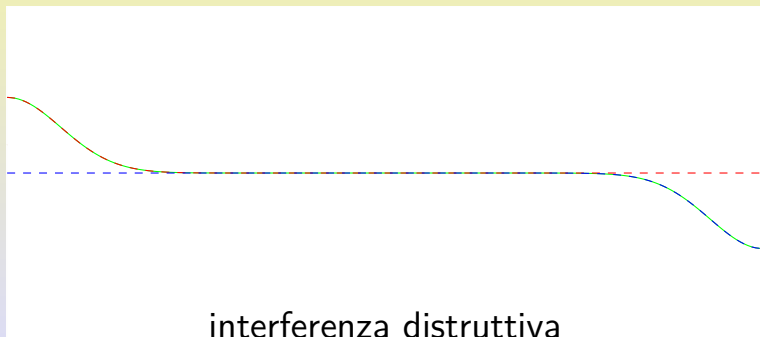
Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$



Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$

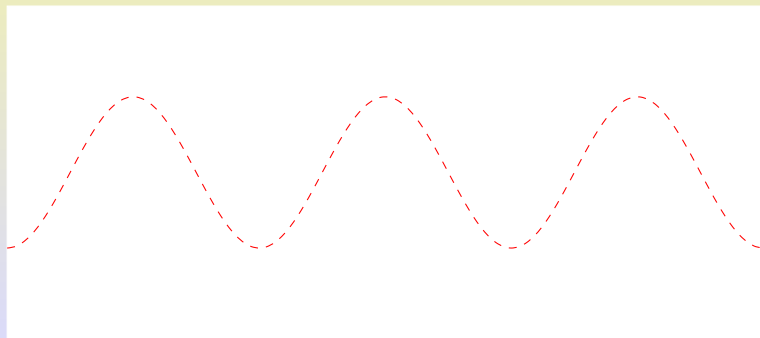


Due o più onde possono sovrapporsi formando un'onda risultante data da:

$$O(x, t) = O_1(x, t) + O_2(x, t) + \dots$$

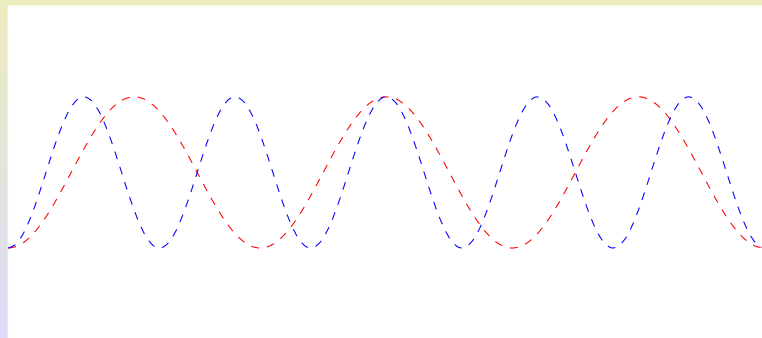
Un caso particolare di sovrapposizione è il battimento:

$$\begin{aligned} 2A \cos(\pi t(f_1 - f_2)) \cos(\pi t(f_1 + f_2)) &= \\ &= A \cos(2\pi f_1 t) + A \cos(2\pi f_2 t) \end{aligned}$$



Un caso particolare di sovrapposizione è il battimento:

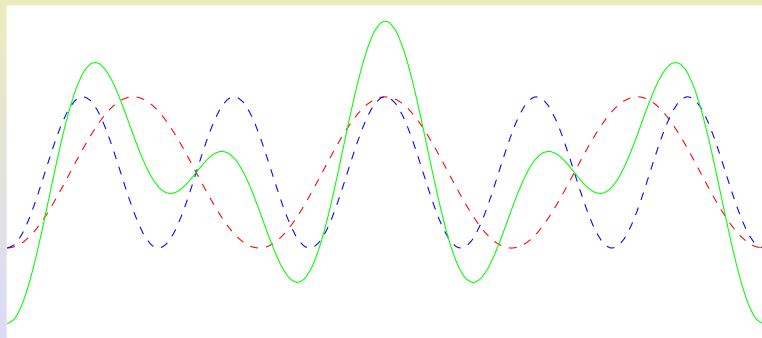
$$\begin{aligned}2A \cos(\pi t(f_1 - f_2)) \cos(\pi t(f_1 + f_2)) &= \\ &= A \cos(2\pi f_1 t) + A \cos(2\pi f_2 t)\end{aligned}$$





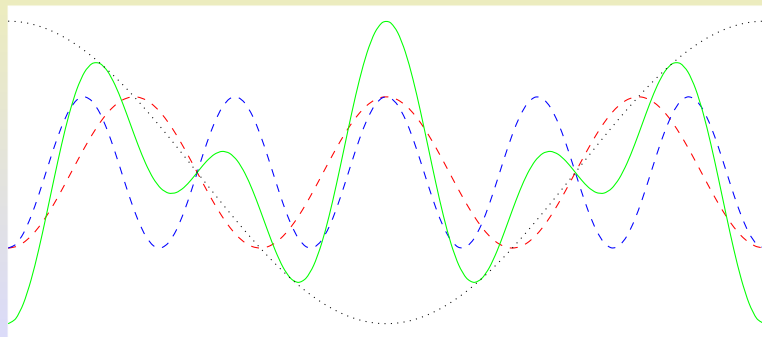
Un caso particolare di sovrapposizione è il battimento:

$$\begin{aligned}2A \cos(\pi t(f_1 - f_2)) \cos(\pi t(f_1 + f_2)) &= \\ &= A \cos(2\pi f_1 t) + A \cos(2\pi f_2 t)\end{aligned}$$



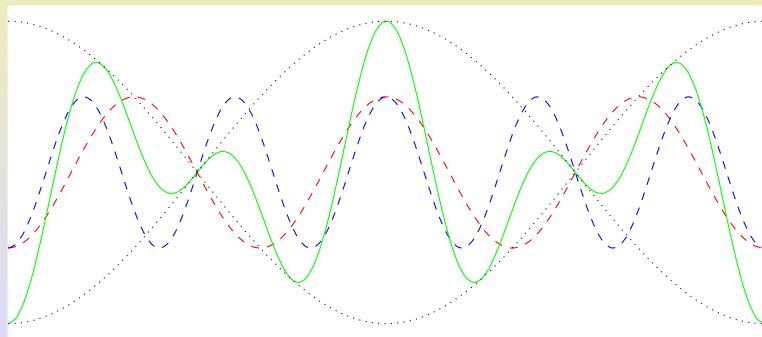
Un caso particolare di sovrapposizione è il battimento:

$$\begin{aligned}2A \cos(\pi t(f_1 - f_2)) \cos(\pi t(f_1 + f_2)) &= \\ &= A \cos(2\pi f_1 t) + A \cos(2\pi f_2 t)\end{aligned}$$



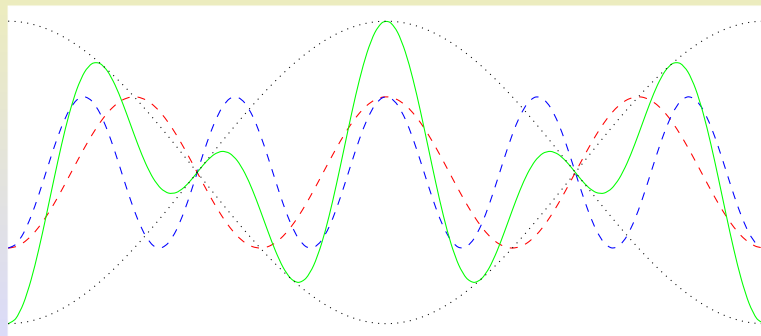
Un caso particolare di sovrapposizione è il battimento:

$$\begin{aligned}2A \cos(\pi t(f_1 - f_2)) \cos(\pi t(f_1 + f_2)) = \\ = A \cos(2\pi f_1 t) + A \cos(2\pi f_2 t)\end{aligned}$$



Un caso particolare di sovrapposizione è il battimento:

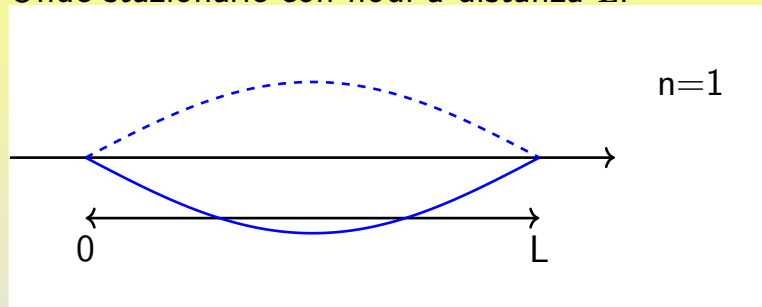
$$2A \cos(\pi t(f_1 - f_2)) \cos(\pi t(f_1 + f_2)) = \\ = A \cos(2\pi f_1 t) + A \cos(2\pi f_2 t)$$



Le onde stazionarie sono onde che oscillano nel tempo ma mantengono fissa la posizione. In particolare le onde stazionarie mantengono fisse le posizioni di nodi (gli zeri della funzione d'onda) e di antinodi (massimi e minimi della funzione d'onda).

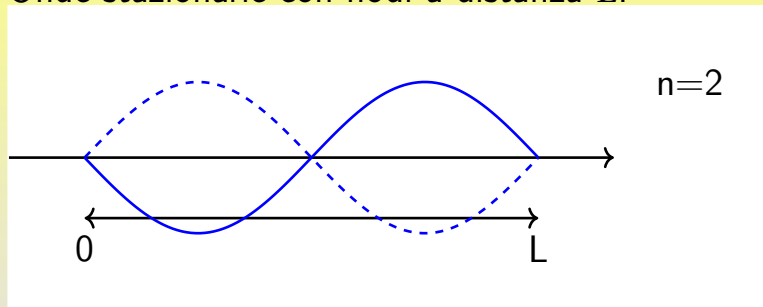
$$O(x, t) = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x \pm \frac{2\pi}{T}t\right)$$

Onde stazionarie con nodi a distanza  $L$ :



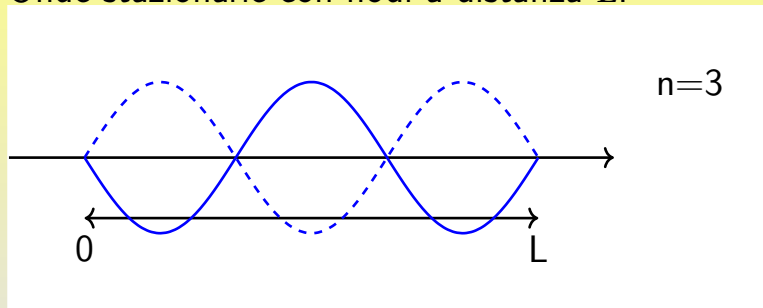
$$\begin{cases} O(0, t) = 0 \\ O(L, t) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \cos(\pm \frac{2\pi t}{T}) = 0 \\ A \cos(\frac{2\pi L}{\lambda} \pm \frac{2\pi t}{T}) = 0 \end{cases} \rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}$$

Onde stazionarie con nodi a distanza  $L$ :



$$\begin{cases} O(0, t) = 0 \\ O(L, t) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \cos(\pm \frac{2\pi t}{T}) = 0 \\ A \cos(\frac{2\pi L}{\lambda} \pm \frac{2\pi t}{T}) = 0 \end{cases} \rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}$$

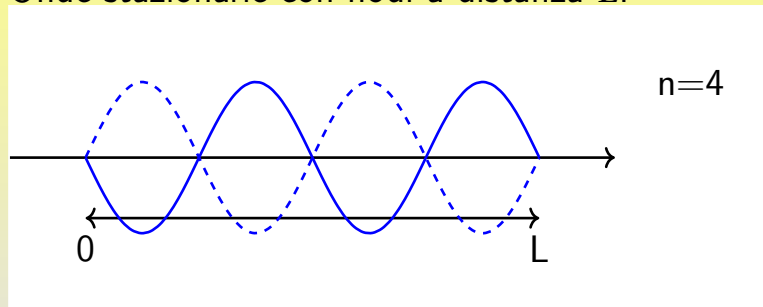
Onde stazionarie con nodi a distanza  $L$ :



$$\begin{cases} O(0, t) = 0 \\ O(L, t) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \cos(\pm \frac{2\pi t}{T}) = 0 \\ A \cos(\frac{2\pi L}{\lambda} \pm \frac{2\pi t}{T}) = 0 \end{cases} \rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}$$

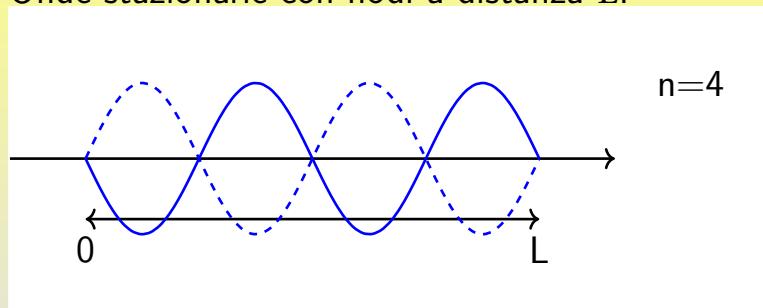


Onde stazionarie con nodi a distanza  $L$ :



$$\begin{cases} O(0, t) = 0 \\ O(L, t) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \cos(\pm \frac{2\pi t}{T}) = 0 \\ A \cos(\frac{2\pi L}{\lambda} \pm \frac{2\pi t}{T}) = 0 \end{cases} \rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}$$

Onde stazionarie con nodi a distanza  $L$ :



$$\begin{cases} O(0, t) = 0 \\ O(L, t) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A \cos(\pm \frac{2\pi t}{T}) = 0 \\ A \cos(\frac{2\pi L}{\lambda} \pm \frac{2\pi t}{T}) = 0 \end{cases} \rightarrow \lambda = \frac{2L}{n}$$

# La luce e le onde

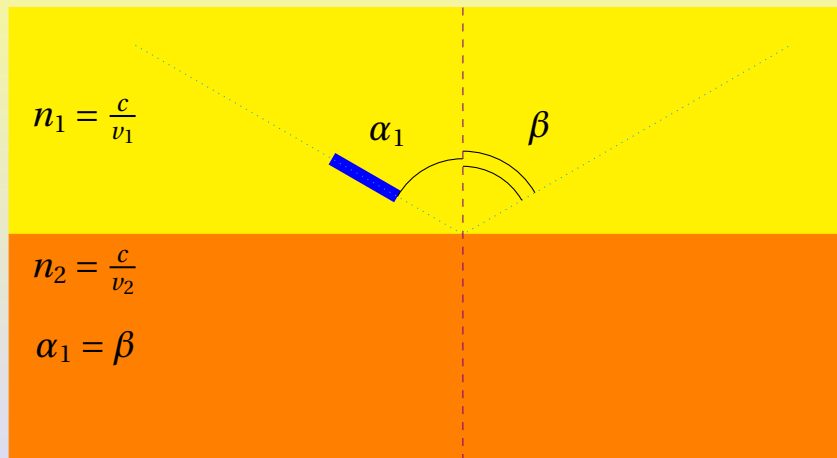
Lo studio della luce delle sue caratteristiche impegna i fisici da quasi tre secoli. La domanda che ha attanagliato i fisici riguardava la natura della luce: corpuscolare o ondulatoria?

Di seguito introdurremo alcune caratteristiche della luce come onda senza entrare in particolari dettagli.

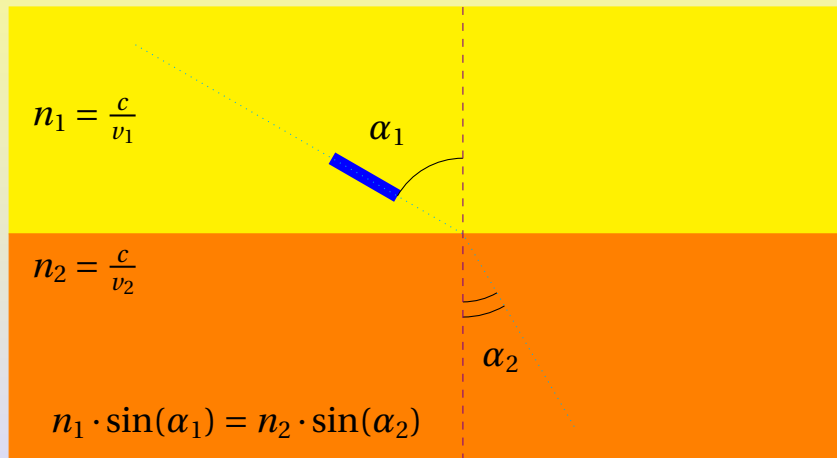
Rispetto alle onde meccaniche le onde luminose:

- si propagano anche nel vuoto, con velocità  
$$c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$
- per le onde luminose NON valgono le relazioni ricavate per l'effetto Doppler meccanico.

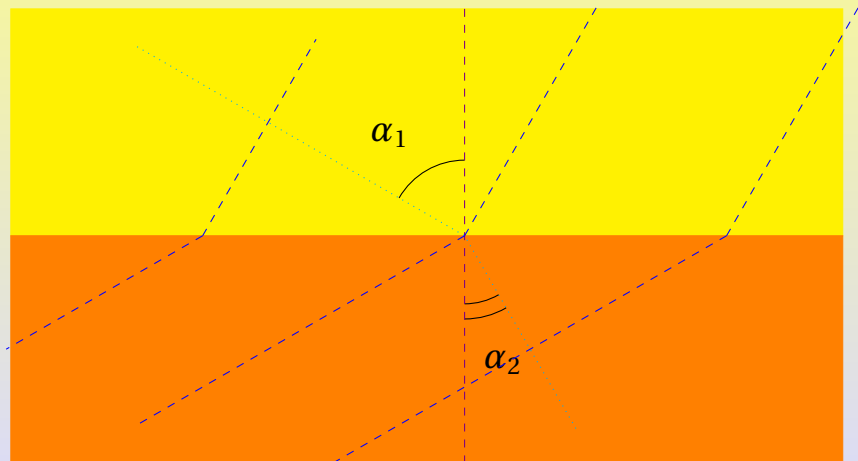
## Riflessione



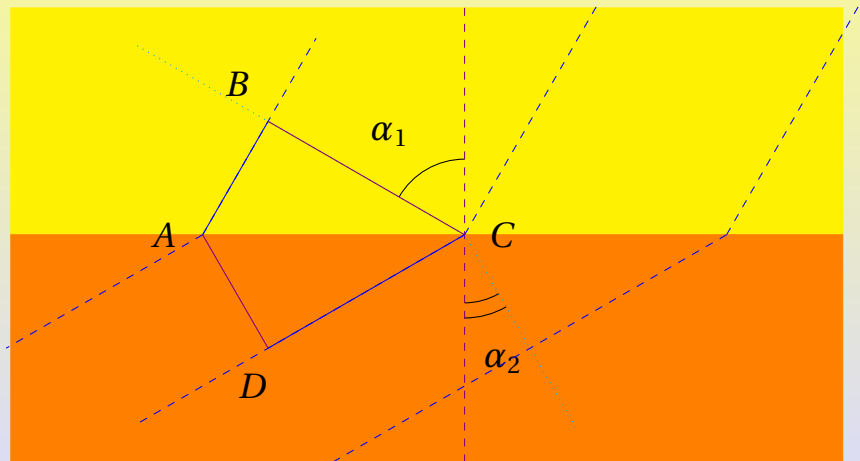
## Rifrazione - legge sperimentale



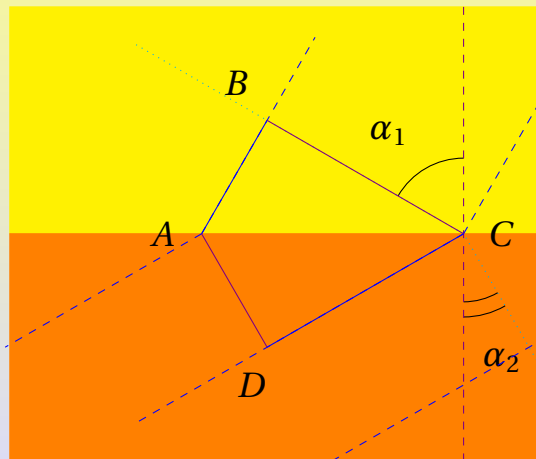
### Rifrazione da continuità dei fronti d'onda



## Rifrazione da continuità dei fronti d'onda



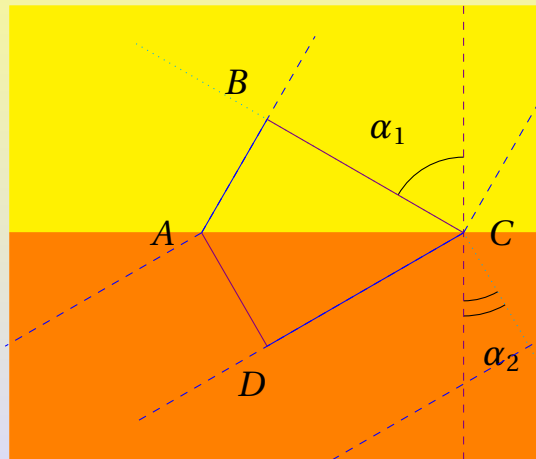
## Rifrazione da continuità dei fronti d'onda



$$AC = \frac{BC}{\sin(\alpha_1)} = \frac{DA}{\sin(\alpha_2)}$$



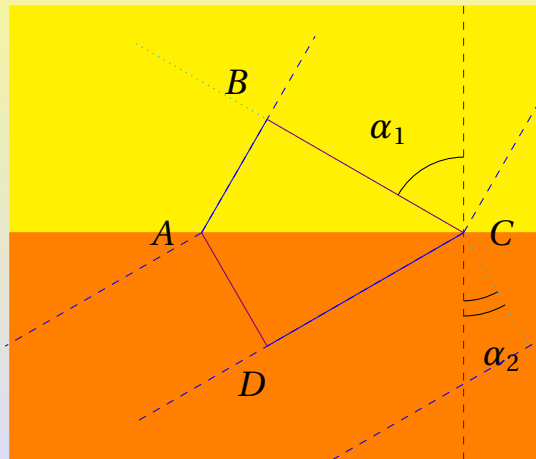
## Rifrazione da continuità dei fronti d'onda



$$AC = \frac{BC}{\sin(\alpha_1)} = \frac{DA}{\sin(\alpha_2)}$$

$$\frac{\lambda_1}{\sin(\alpha_1)} = \frac{\lambda_2}{\sin(\alpha_2)}$$

## Rifrazione da continuità dei fronti d'onda

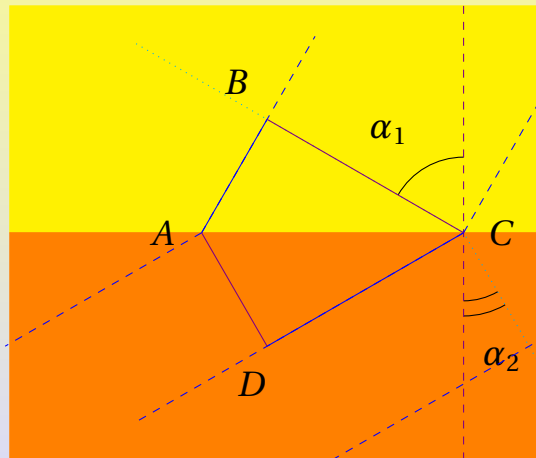


$$AC = \frac{BC}{\sin(\alpha_1)} = \frac{DA}{\sin(\alpha_2)}$$

$$\frac{\lambda_1}{\sin(\alpha_1)} = \frac{\lambda_2}{\sin(\alpha_2)}$$

$$\frac{v_1 T}{\sin(\alpha_1)} = \frac{v_2 T}{\sin(\alpha_2)}$$

## Rifrazione da continuità dei fronti d'onda



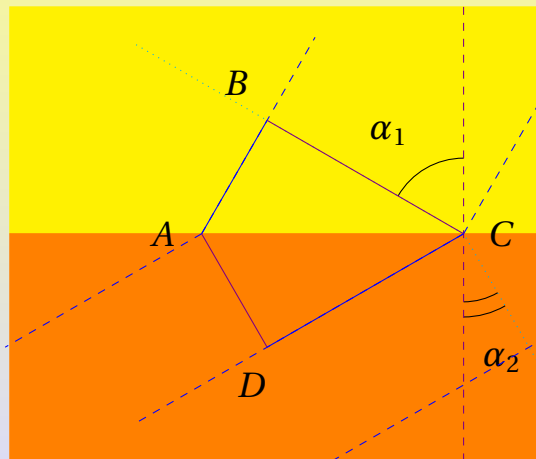
$$AC = \frac{BC}{\sin(\alpha_1)} = \frac{DA}{\sin(\alpha_2)}$$

$$\frac{\lambda_1}{\sin(\alpha_1)} = \frac{\lambda_2}{\sin(\alpha_2)}$$

$$\frac{v_1 T}{\sin(\alpha_1)} = \frac{v_2 T}{\sin(\alpha_2)}$$

$$\frac{c \cdot \sin(\alpha_1)}{v_1} = \frac{c \cdot \sin(\alpha_2)}{v_2}$$

## Rifrazione da continuità dei fronti d'onda



$$AC = \frac{BC}{\sin(\alpha_1)} = \frac{DA}{\sin(\alpha_2)}$$

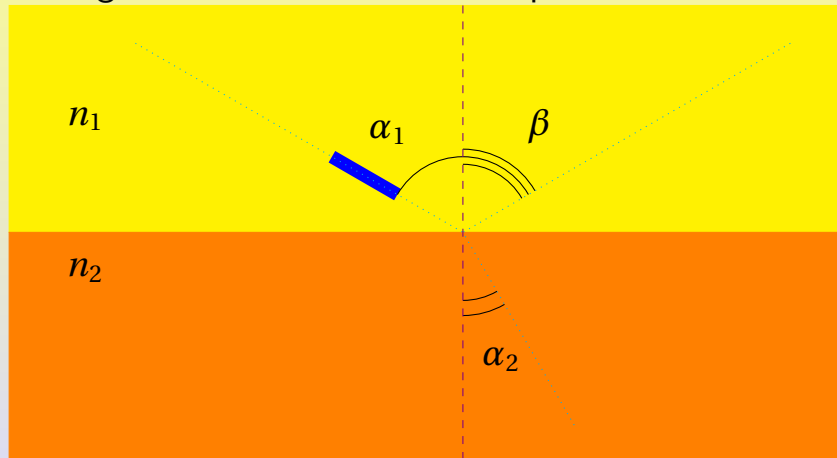
$$\frac{\lambda_1}{\sin(\alpha_1)} = \frac{\lambda_2}{\sin(\alpha_2)}$$

$$\frac{v_1 T}{\sin(\alpha_1)} = \frac{v_2 T}{\sin(\alpha_2)}$$

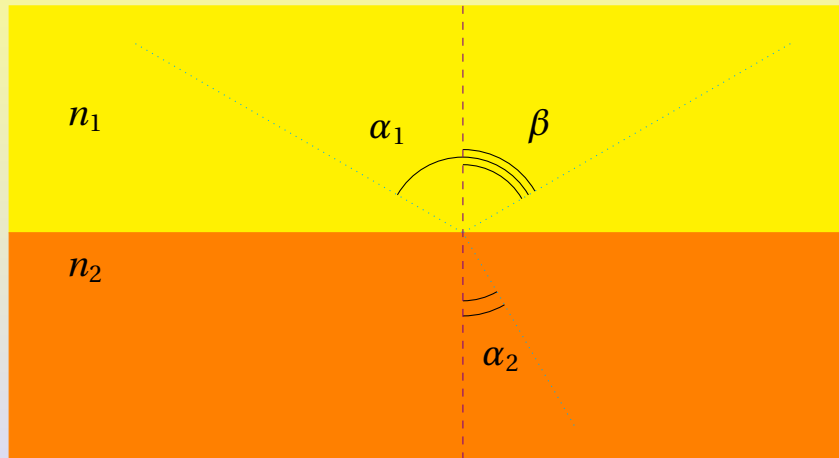
$$\frac{c \cdot \sin(\alpha_1)}{v_1} = \frac{c \cdot \sin(\alpha_2)}{v_2}$$

$$n_1 \cdot \sin(\alpha_1) = n_2 \cdot \sin(\alpha_2)$$

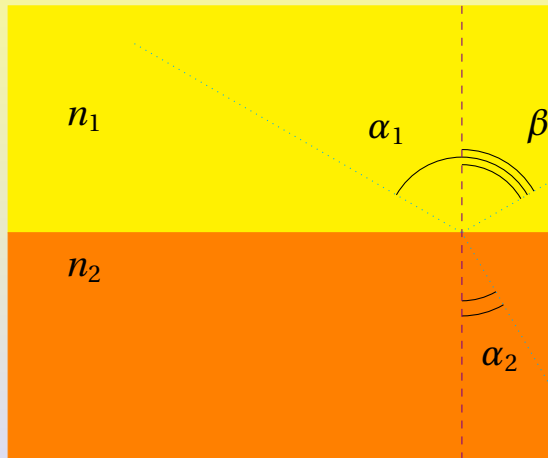
I fenomeni della riflessione e della rifrazione avvengono solitamente in contemporanea.



Riflessione totale



## Riflessione totale



$$n_1 \sin(\alpha_1) = n_2 \sin(\alpha_2)$$

$$\text{se } \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$$

$$n_1 \sin(\alpha_{1\text{lim}}) = n_2$$

$$\sin(\alpha_{1\text{lim}}) = \frac{n_2}{n_1}$$

solo se  $n_1 > n_2$

$$\alpha_{1\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

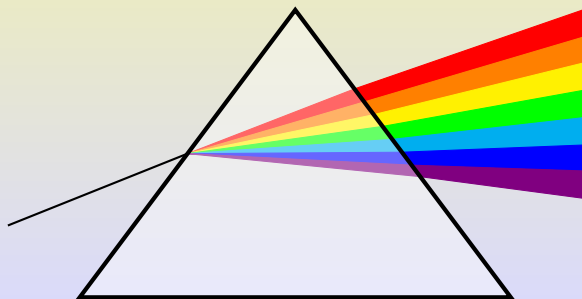
Parte delle onde luminose vengono percepite dal nostro occhio ed elaborate dal nostro cervello come colori.

Colore	$\lambda$ ( $10^{-9}m$ )	$f$ ( $10^{12}Hz$ )
Violetto	380-450	668-789
Blu	450-475	631-668
Ciano	476-495	606-631
Verde	495-570	526-606
Giallo	570-590	508-526
Arancione	590-620	484-508
Rosso	620-750	400-484

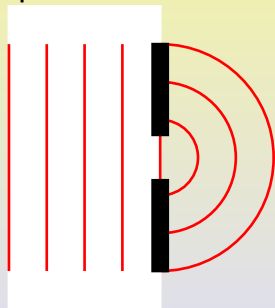


## Dispersione attraverso un cristallo

L'indice di rifrazione è costante solo in prima approssimazione, dipende in realtà dalla frequenza dell'onda incidente. Con un cristallo è possibile "scomporre" la luce nelle sue diverse lunghezze d'onda.



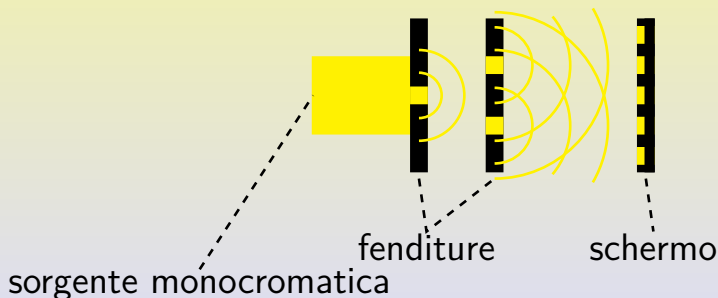
Un'onda si diffrange quando attraversa una fenditura, in generale le onde tendono a deviare quando attraversano una fenditura.

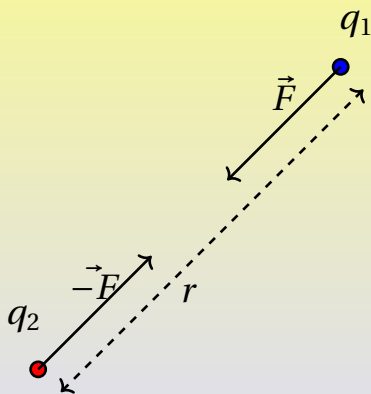


## Principio di Huygens

Ogni punto di un fronte d'onda può essere considerato come una sorgente di onde sferiche.

Esattamente come le onde meccaniche anche le onde luminose danno origine al fenomeno dell'interferenza. Young nel 1801 eseguì un esperimento che evidenziò tale comportamento.





Su due cariche puntiformi agisce una forza di modulo:

$$F = k \frac{|q_1 q_2|}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

direzione lungo la congiungente le due cariche, verso attrattivo se le cariche hanno segno opposto, repulsivo per cariche dello stesso segno.

La forza di Coulomb tra due cariche elettriche:

- può essere attrattiva o repulsiva
  - attrattiva per cariche di segno opposto
  - repulsiva per cariche dello stesso segno
- dipende dal mezzo interposto tra le cariche
  - $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$
- il modulo della forza è inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra le cariche.

## Campo elettrico

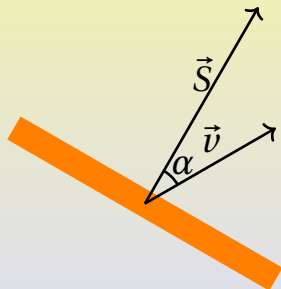
Una carica  $Q$  modifica le caratteristiche dello spazio ad essa circostante, in modo tale che, una eventuale seconda carica  $q$  risenta una forza di attrazione coulombiana:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

nel caso di una carica  $Q$  puntiforme si ha:

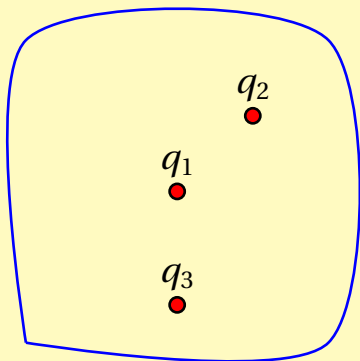
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{Q}{r^2}$$

Definizione di flusso di un campo vettoriale (caso superficie piana e campo uniforme)



$$\Phi_S(\vec{v}) = \vec{v} \cdot \vec{S} = v \cdot S \cdot \cos \alpha$$

## Teorema di Gauss sul flusso del campo elettrico

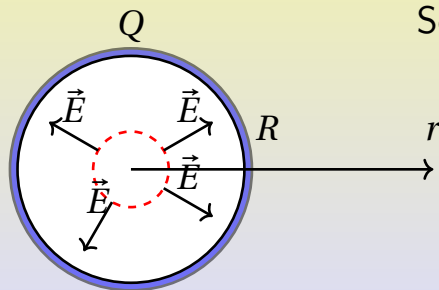


Il flusso del campo  $\vec{E}$  di una qualsiasi distribuzione di carica attraverso una qualsiasi superficie chiusa dipende solo dalla carica interna alla superficie e vale:

$$\Phi_S(\vec{E}) = 4\pi k \sum_i q_i = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon}$$



Applicazione del teorema di Gauss: campo  $\vec{E}$  generato da una sfera di densità di carica superficiale uniforme  $\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$  (1)



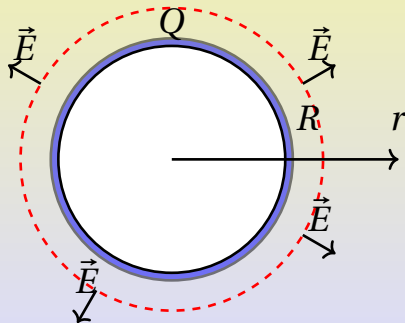
Se  $r < R$  allora:

$$\Phi_{\text{definizione}} = \Phi_{\text{Gauss}}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{0}{\epsilon}$$

$$E = 0$$

Applicazione del teorema di Gauss: campo  $\vec{E}$  generato da una sfera di densità di carica superficiale uniforme  $\sigma = \frac{Q}{4\pi R^2}$  (2)



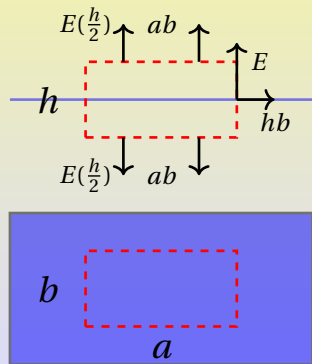
Se  $r > R$  allora:

$$\Phi_{\text{definizione}} = \Phi_{\text{Gauss}}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon r^2}$$

Applicazione del teorema di Gauss: campo  $\vec{E}$  generato da un piano carico di densità di superficiale di carica  $\sigma > 0$ .

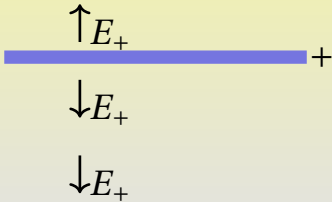


$$\Phi_{\text{definizione}} = \Phi_{\text{Gauss}}$$

$$2abE = \frac{ab\sigma}{\epsilon}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon}$$

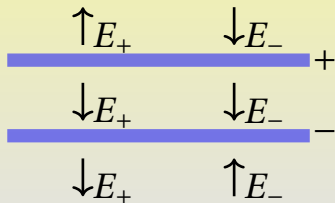
### Condensatore piano



$$E_{\text{interno}} = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$E_{\text{esterno}} = 0$$

## Condensatore piano



$$E_{\text{interno}} = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

$$E_{\text{esterno}} = 0$$

## Potenziale elettrico

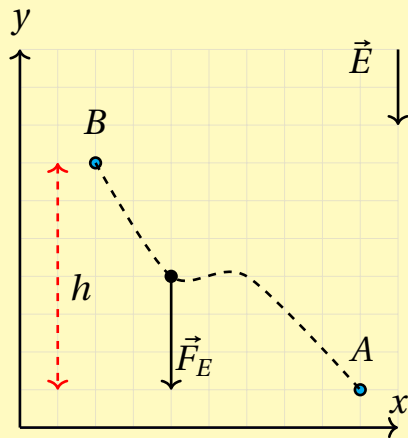
$$dV = \frac{dU}{q} = -\frac{dL}{q} = -\frac{\vec{F}d\vec{s}}{q} = -\vec{E}d\vec{s}$$

Il potenziale elettrico è l'energia potenziale ad unità di carica.

L'unità di misura del potenziale elettrico (o più semplicemente potenziale o tensione) è il Volt:

$$V = \frac{J}{C}$$

## Energia potenziale campo $\vec{E}$ uniforme



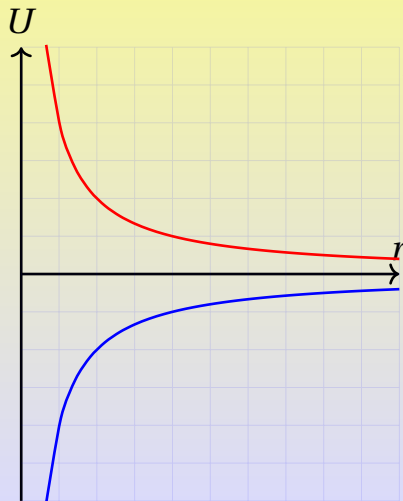
$$\Delta U = U_B - U_A = -L_{AB} =$$

$$= - \int_A^B \vec{F}_E d\vec{s} =$$

$$= qE(y_B - y_A) = qEh$$

$$\boxed{U = qEy \rightarrow V = Ey}$$

## Energia potenziale elettrica per due cariche puntiformi



Se  $q_1 q_2 < 0$ :

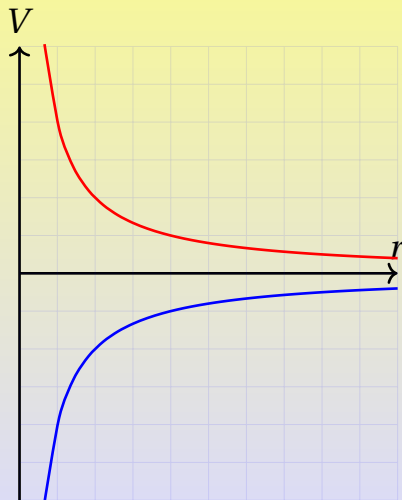
$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r}$$

Se  $q_1 q_2 > 0$ :

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r}$$



## Potenziale di una carica puntiforme



Se  $q < 0$ :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r}$$

Se  $q > 0$ :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r}$$

## Capacità di un condensatore

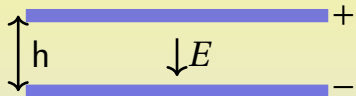
$$C = \frac{Q}{V}$$

L'unità di misura della capacità è il farad:

$$F = \frac{C}{V}$$

La capacità non dipende nè dalla carica nè dal potenziale ma solo dalle geometrie del condensatore.

## Capacità di un condensatore piano

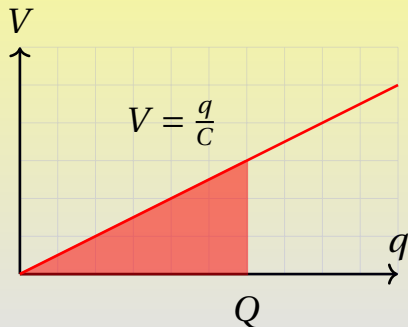
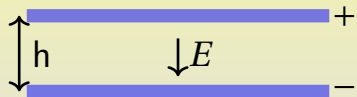


$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{Q}{S\epsilon}$$

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{ES\epsilon}{Eh} = \frac{S\epsilon}{h}$$

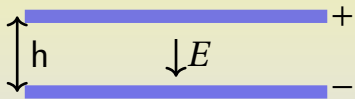
La capacità di un condensatore piano è direttamente proporzionale alla superficie  $S$  delle piastre, inversamente proporzionale alla distanza tra le piastre  $h$  e dipende dal mezzo interposto tra le piastre ( $\epsilon$ ).

## Energia immagazzinata in un condensatore



$$U = \int_0^Q V dq = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2C} Q^2$$

## Densità di energia in un condensatore piano



$$\begin{aligned}
 u &= \frac{U}{Sh} = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{Sh} = \\
 &= \frac{1}{2} \frac{S\epsilon}{h} V^2 \frac{1}{Sh} = \\
 &= \frac{1}{2} \epsilon \frac{V^2}{h^2} = \frac{1}{2} \epsilon \frac{(Eh)^2}{h^2} = \\
 &= \frac{1}{2} \epsilon E^2
 \end{aligned}$$

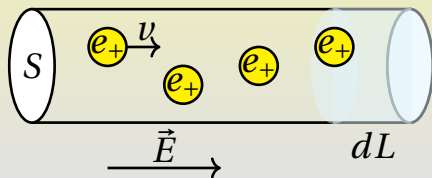
L'espressione  $u = \frac{1}{2} \epsilon E^2$  è valida in generale.

## Corrente elettrica

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

La corrente elettrica è la carica che passa attraverso una sezione di conduttore nell'intervallo di tempo. L'unità di misura della corrente elettrica è l'ampere (A).

Cariche in un conduttore ohmico al quale si applichi un campo elettrico si muovono con una velocità mediamente costante  $v$  (le cariche fuori dal conduttore sarebbero accelerate).  $n$  è il numero di portatori di carica nel volume,  $e_+$  è la carica di un singolo portatore (un protone).



$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{ne_+SdL}{dt} = ne_+Sv$$

Sperimentalmente si verifica che in alcuni conduttori (detti ohmici) la corrente è direttamente proporzionale alla tensione applicata ai capi del conduttore stesso. Si chiama resistenza ( $R$ ) la costante di proporzionalità tra tensione e corrente.

$$V = RI$$

L'Unità di misura della resistenza è l'ohm ( $\Omega$ ).



Si verifica sperimentalmente che la resistenza dei conduttori ohmici cilindrici dipende dal tipo di conduttore (dalla resistività specifica del conduttore  $\rho$ ), è direttamente proporzionale alla lunghezza del conduttore ( $L$ ) e inversamente proporzionale alla sua sezione ( $S$ ).

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

$$I = \frac{V}{R} = \frac{ELS}{\rho L} = \frac{1}{\rho}ES = \sigma ES$$

$\sigma = \rho^{-1}$  si chiama conducibilità elettrica. Per quanto visto si ha:

$$\sigma ES = ne_+ Sv \rightarrow v = \frac{\sigma E}{ne_+}$$

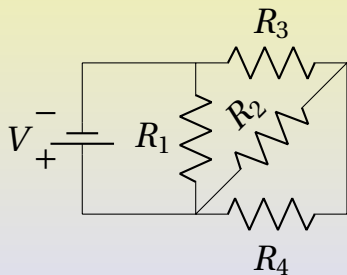
## Potenza elettrica

$$P = \frac{dU}{dt} = \frac{VdQ}{dt} = VI$$

Per i materiali ohmici valgono anche le relazioni:

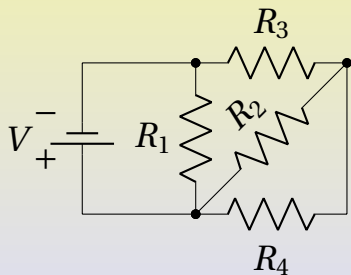
$$P = \frac{V^2}{R} = I^2 R$$

## Circuiti e rami



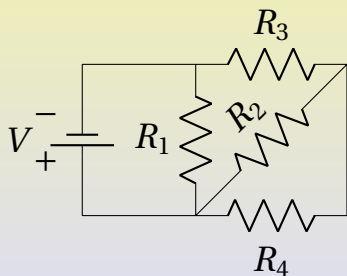
Un ramo è ogni elemento del circuito.

## Circuiti e nodi



Un nodo è un punto del circuito in cui si connettono due o più rami.

## Circuiti e maglie



Una maglia è un percorso chiuso lungo il circuito che non passa due volte su uno stesso nodo.

## Legge di Kirchhoff dei nodi

In un nodo

$$\sum_k I_k = 0$$

questo perché nei nodi non si accumulano cariche (ne entrano tante quante ne escono).

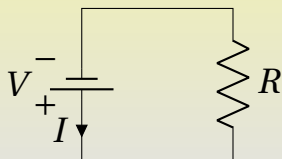
## Legge di Kirchhoff delle maglie

In una maglia

$$\sum_k V_k = 0$$

questo perché l'energia si conserva nei circuiti elettrici.

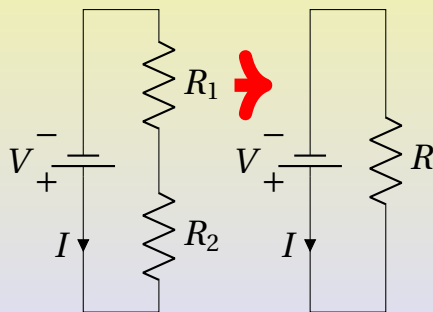
Resistori, rappresentazione e caratteristica circuitale



$$V = RI$$



## Resistori in serie

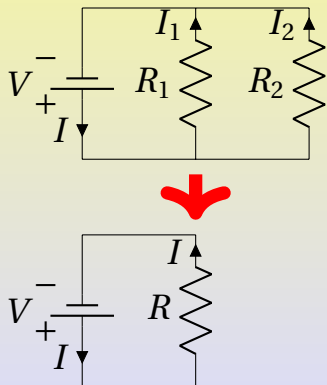


$$V = V_1 + V_2$$

$$RI = R_1 I + R_2 I$$

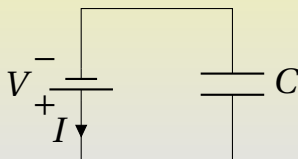
$$R = R_1 + R_2$$

## Resistori in parallelo



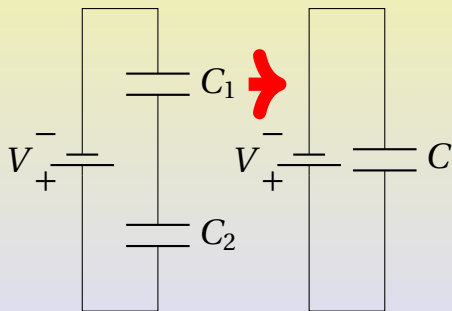
$$I = I_1 + I_2$$
$$\frac{V}{R} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2}$$
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

## Condensatori, rappresentazione e caratteristica circuitale



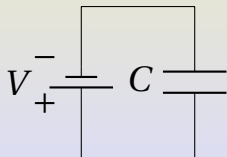
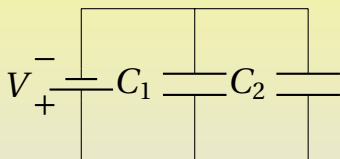
$$V = \frac{Q}{C}$$

## Condensatori in serie



$$V = V_1 + V_2$$
$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

## Condensatori in parallelo

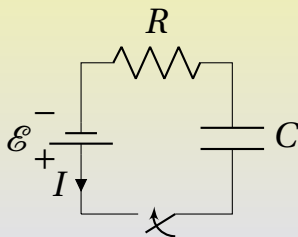


$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$CV = C_1V + C_2V$$

$$C = C_1 + C_2$$

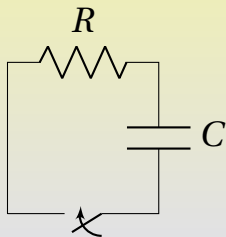
Circuito RC, carica con  $Q(0) = 0$



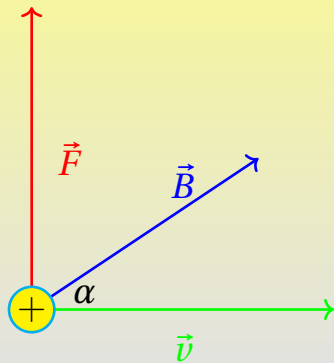
$$Q(t) = C\mathcal{E} \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

$$I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Circuito RC, scarica



$$Q(t) = Q(0)e^{-\frac{t}{RC}}$$
$$I(t) = -\frac{Q(0)}{RC}e^{-\frac{t}{RC}}$$



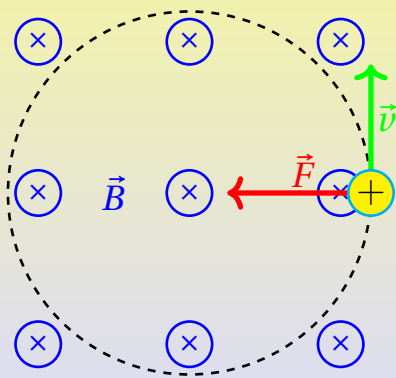
$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$F = |q| v B \sin(\alpha)$$

$$B = \frac{F}{|q| v \sin(\alpha)}$$

L'unità di misura del campo magnetico è il Tesla ( $T = \frac{N}{Am}$ ).



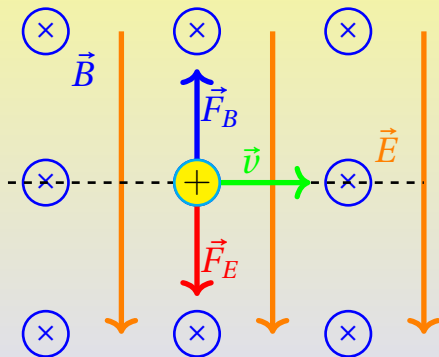
**Moto di una particella carica in campo magnetico uniforme ( $\vec{v} \perp \vec{B}$ )**

$$F = m \frac{v^2}{r}$$

$$|q| v B = m \frac{v^2}{r}$$

$$\frac{|q|}{m} = \frac{v}{Br}$$

## Selettore di velocità

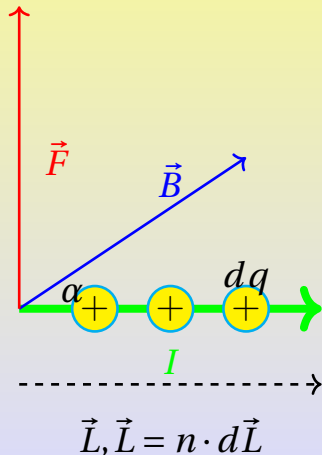


$$F_B = F_E$$

$$|q| v B = |q| E$$

$$v = \frac{E}{B}$$

## Forza magnetica su un tratto di filo percorso da corrente



$$\vec{F} = n \cdot dq \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

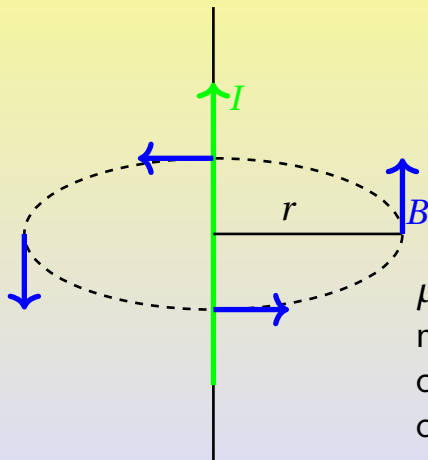
$$\vec{F} = n \cdot dq \cdot \frac{d\vec{L}}{dt} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = \frac{dq}{dt} \cdot n \cdot d\vec{L} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B}$$

$$F = BIL \cdot \sin(\alpha)$$

## Legge sperimentale di Biot e Savart

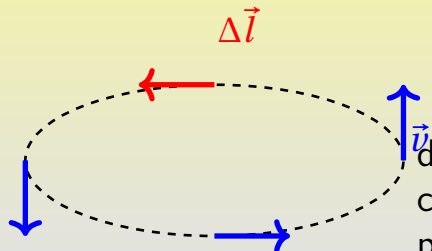


$$B = k \frac{I}{r}$$

$$B = \frac{\mu I}{2\pi r}$$

$\mu$  è detta permeabilità magnetica ed è una caratteristica dei materiali che circondano il filo.

## Circuitazione (definizione generale)

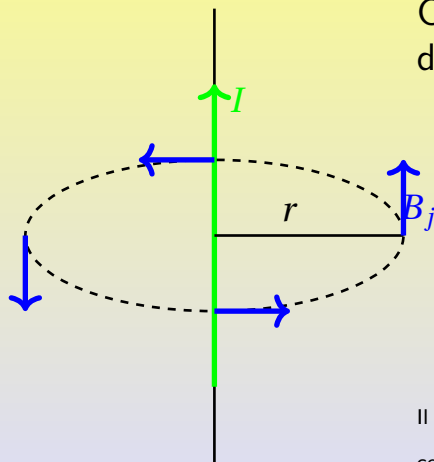


$$C_{\vec{v}} = \sum_j \vec{v}_j \cdot \Delta \vec{l}_j$$

dove la sommatoria va considerata lungo tutto il percorso chiuso.

## Teorema di Ampere per il campo magnetico

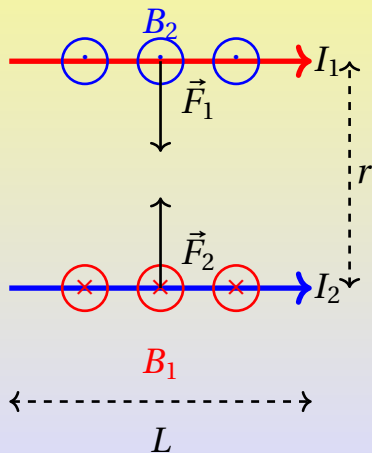
Caso unico filo percorso da corrente:



$$\begin{aligned}
 C_{\vec{B}} &= \sum_j \vec{B}_j \cdot \Delta \vec{l}_j = \\
 &= B \sum_j \Delta l_j = 2\pi r B = \\
 &= \mu I
 \end{aligned}$$

Il risultato ottenuto è valido in generale e con  $I$  somma delle correnti concatenate ad un qualsiasi percorso chiuso.

## Forze tra fili || percorsi da corrente



$$\begin{aligned}
 F_1 &= B_2 I_1 L = \\
 &= \frac{\mu}{2\pi} \frac{I_2}{r} I_1 L = \\
 &= \frac{\mu}{2\pi} \frac{I_1}{r} I_2 L = \\
 &= B_1 I_2 L = F_2 = F \\
 F &= \frac{\mu}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{r} L
 \end{aligned}$$

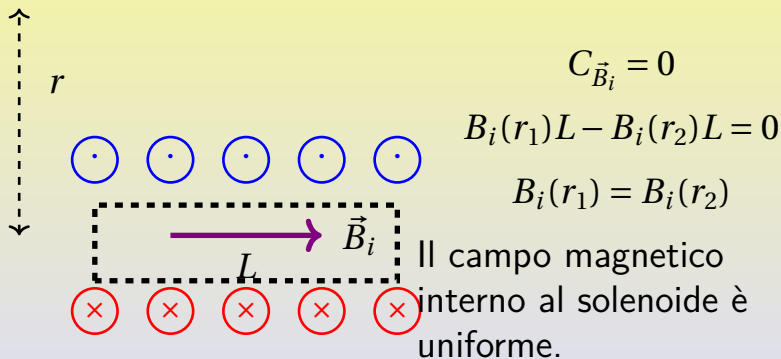
## Campo magnetico di un solenoide (1)

$C_{\vec{B}_e} = 0$   
 $B_e(r_1)L - B_e(r_2)L = 0$   
 $B_e(r_1) = B_e(r_2)$

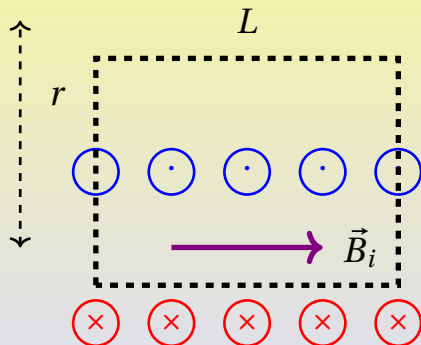
Il campo magnetico esterno al solenoide è uniforme ma se  $r \rightarrow \infty$  il campo deve essere nullo per effetto delle coppie di correnti opposte e quindi  $B_e = 0$ .



## Campo magnetico di un solenoide (2)



## Campo magnetico di un solenoide (3)



$$C_{\vec{B}} = N\mu I$$

$$B_i L = N\mu I$$

$$B_i = \mu I \frac{N}{L}$$