

Fisica

Appunti di Fisica 1

Michele prof. Perini

ISS Copernico Pasoli - Liceo Scientifico

A.S. 2023-2024

1 La fisica

2 Le grandezze fisiche

- Definizione
- Definizione operativa
- Unità di misura
- Sistema Internazionale
- Multipli e sottomultipli
- Misurare
- Tempo
- Lunghezza
- Massa
- Equivalenze
- Grandezze derivate
- Densità

- Notazione scientifica
- Cifre significative

3 Misure: strumenti ed errori

- Sistematici e casuali
- Risultato di una misura
- Misure ripetute
- Errore assoluto
- Errore relativo
- Dirette e indirette
- Gestione errori
- Propagazione errori
- Compatibilità tra misure

4 Piano cartesiano

- Punti

- Funzione lineare
- Coefficiente angolare

5 Introduzione alla trigonometria

- Triangolo rettangolo

6 Vettori

- Definizione geometrica
- Caratteristiche
- Scalare per vettore
- Somma
- Prodotto scalare
- Prodotto vettoriale
- Definizione algebrica
- Componenti vettori
- Modulo

- Scalare per vettore, algebrico
- Somma, algebrica
- Prodotto scalare e modulo

7 Statica del punto

- Forze
- Legge di Hooke
- Forza di gravità
- Accelerazione di gravità
- Forza di attrito statico
- Forza di attrito dinamico
- Condizione di equilibrio: molla con massa
- Condizione di equilibrio: piano inclinato

8 Statica dei corpi rigidi

- Baricentro

- Momento delle forze
- Equilibrio rotazionale
- Condizioni di equilibrio: leve

9

Statica dei fluidi

- Pressione
- Principio di Pascal
 - Torchio idraulico
- Legge di Stevin
 - Esperienza di Torricelli
 - Tubo ad U
- Legge di Archimede
 - Galleggiamento

La fisica

La fisica è lo studio delle leggi della natura, cioè delle leggi che governano tutti i fenomeni dell'universo.

Leggi fisiche

Una legge fisica è una caratteristica della natura esprimibile in forma matematica.

Le leggi fisiche hanno carattere universale:

La fisica

La fisica è lo studio delle leggi della natura, cioè delle leggi che governano tutti i fenomeni dell'universo.

Leggi fisiche

Una legge fisica è una caratteristica della natura esprimibile in forma matematica.

Le leggi fisiche hanno carattere universale:

- non descrivono un solo fenomeno ma tutti i fenomeni dello stesso tipo

La fisica

La fisica è lo studio delle leggi della natura, cioè delle leggi che governano tutti i fenomeni dell'universo.

Leggi fisiche

Una legge fisica è una caratteristica della natura esprimibile in forma matematica.

Le leggi fisiche hanno carattere universale:

- non descrivono un solo fenomeno ma tutti i fenomeni dello steso tipo
- sono valide in ampi intervalli di tempo di spazio.

“Quando puoi misurare ciò di cui stai parlando, ed esprimerlo in numeri, tu conosci qualcosa su di esso; ma quando non puoi misurarlo, quando non puoi esprimerlo in numeri, la tua conoscenza è scarsa e insoddisfacente. Può essere l’inizio della conoscenza, ma, nei tuoi pensieri, sei avanzato poco sulla via della scienza.”

Lord Kelvin

Definizione di grandezza fisica

Una grandezza fisica è una caratteristica misurabile di un fenomeno, corpo o sostanza, che può essere distinta qualitativamente e determinata quantitativamente tramite misura.

Sono ad esempio grandezze fisiche:

Definizione di grandezza fisica

Una grandezza fisica è una caratteristica misurabile di un fenomeno, corpo o sostanza, che può essere distinta qualitativamente e determinata quantitativamente tramite misura.

Sono ad esempio grandezze fisiche:

- lunghezza

Definizione di grandezza fisica

Una grandezza fisica è una caratteristica misurabile di un fenomeno, corpo o sostanza, che può essere distinta qualitativamente e determinata quantitativamente tramite misura.

Sono ad esempio grandezze fisiche:

- lunghezza
- massa

Definizione di grandezza fisica

Una grandezza fisica è una caratteristica misurabile di un fenomeno, corpo o sostanza, che può essere distinta qualitativamente e determinata quantitativamente tramite misura.

Sono ad esempio grandezze fisiche:

- lunghezza
- massa
- temperatura

Definizione di grandezza fisica

Una grandezza fisica è una caratteristica misurabile di un fenomeno, corpo o sostanza, che può essere distinta qualitativamente e determinata quantitativamente tramite misura.

Sono ad esempio grandezze fisiche:

- lunghezza
- massa
- temperatura
- ...

Una grandezza fisica è definita tramite le procedure che si devono attuare per misurarla, si dice che una grandezza fisica è definita operativamente.

Definizione operativa

Per definire operativamente una grandezza fisica si deve:

I procedimenti di misura debbono essere descritti nei dettagli e reiterabili nel tempo.

Una grandezza fisica è definita tramite le procedure che si devono attuare per misurarla, si dice che una grandezza fisica è definita operativamente.

Definizione operativa

Per definire operativamente una grandezza fisica si deve:

- stabilire un procedimento di misura per quella grandezza

I procedimenti di misura debbono essere descritti nei dettagli e reiterabili nel tempo.

Una grandezza fisica è definita tramite le procedure che si devono attuare per misurarla, si dice che una grandezza fisica è definita operativamente.

Definizione operativa

Per definire operativamente una grandezza fisica si deve:

- stabilire un procedimento di misura per quella grandezza
- scegliere una unità di misura per poterla esprimere numericamente

I procedimenti di misura debbono essere descritti nei dettagli e reiterabili nel tempo.

Unità di misura

Una unità di misura è una grandezza fisica alla quale si attribuisce in modo arbitrario il valore 1.

Esistono quindi diversi modi per definire la grandezza unitaria.

Ad esempio per le lunghezze sono in uso diverse grandezze unitarie che vengono utilizzate in differenti contesti e culture: miglio, piede, pollice, metro . . .

Con l'intento di uniformare le scelte delle unità di misura utilizzate, dal 1960 è stato stabilito il Sistema Internazionale di Unità (o semplicemente S.I.) che definisce le sette grandezze fondamentali, le loro definizioni operative, i loro nomi e i relativi simboli. **Il S.I. è stato profondamente rinnovato dal 20 maggio 2019.**

Le unità di misura fondamentali del Sistema Internazionale **prima del 20 maggio 2019** sono:

Grandezza	Unità	Simbolo
Lunghezza	metro	<i>m</i>
Tempo	secondo	<i>s</i>
Massa	kilogrammo	<i>kg</i>
Intensità di corrente	Ampère	<i>A</i>
Temperatura	Kelvin	<i>K</i>
Quantità di materia	mole	<i>mol</i>
Intensità luminosa	candela	<i>cd</i>

Le unità di misura fondamentali del Sistema Internazionale **dopo il 20 maggio 2019**, sono definite a partire da 7 costanti fisiche fondamentali in modo da essere valide indipendentemente dalle tecniche sperimentali utilizzate per misurare.

Costante	Simbolo	Valore
La frequenza di transizione iperfine dello stato fondamentale dell'atomo di cesio 133	$\Delta\nu_{Cs}$	9192631770 Hz
La velocità della luce nel vuoto	c	299792458 $\frac{m}{s}$
La costante di Planck	h	6,62607015 · $10^{-34} J \cdot s$
La carica elementare	e	1,602176634 · $10^{-19} C$

Costante	Simbolo	Valore
La costante di Boltzmann	k	$1,380649 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$
La costante di Avogadro	N_A	$6,02214076 \cdot 10^{23} mol^{-1}$
L'efficienza luminosa, della radiazione monocromatica di frequenza 540×10^{12} Hz	Kcd	$683 \frac{lm}{W}$

Oltre alle unità di misura fondamentali esistono anche multipli e sottomultipli delle stesse per definire i quali si usano dei prefissi standard.

Potenza	Pref.	Simbolo	Potenza	Pref.	Simbolo
10^{15}	peta	<i>P</i>	10^{-1}	deci	<i>d</i>
10^{12}	tera	<i>T</i>	10^{-2}	centi	<i>c</i>
10^9	giga	<i>G</i>	10^{-3}	milli	<i>m</i>
10^6	mega	<i>M</i>	10^{-6}	micro	μ
10^3	kilo	<i>k</i>	10^{-9}	nano	<i>n</i>
10^2	etto	<i>h</i>	10^{-12}	pico	<i>p</i>
10^1	deca	<i>da</i>	10^{-15}	femto	<i>f</i>

Misurare

Misurare significa confrontare una grandezza incognita con una unità di misura omogenea (dello stesso tipo).

Il risultato di una misura si esprime con un numero seguito dalla unità di misura, come, ad esempio:

$25,3m$

$45s$

$68kg$

tempo - il secondo - prima del 20 maggio 2019

Unità fondamentale di misura dell'intervallo di tempo, storicamente corrispondente alla 86.400-ma parte del giorno solare medio, poi definita come la durata di 9 192 631 770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra due livelli iperfini dello stato di base dell'atomo di Cesio 133 a riposo, a una temperatura di $0K$.

tempo - il secondo - dopo il 20 maggio 2019

$$1s = \frac{9192631770}{\Delta\nu_{Cs}}$$

lunghezza - metro - prima del 20 maggio 2019

Unità di misura di lunghezza, definita in origine come la quarantamilionesima parte del meridiano e poi, come la distanza tra due tratti segnati su una faccia di una sbarra di platino-iridio, conservata in opportune condizioni di temperatura e pressione, presso l'Archivio internazionale dei pesi e misure di Sèvres, presso Parigi; nel 1983 è stato ridefinito come la distanza che la luce percorre nel vuoto in un tempo pari a $1/299.792.458$ di secondo, legando le unità fondamentali di lunghezza e tempo al campione universale di velocità, cioè la velocità della luce nel vuoto.

lunghezza - metro - dopo il 20 maggio 2019

$$1m = \frac{9192631770c}{299792458\Delta\nu_{Cs}}$$

massa - kilogrammo - prima del 20 maggio 2019

Unità fondamentale di misura della massa nel Sistema Internazionale, pari a quella del campione di platino-iridio conservato nell'Ufficio Internazionale Pesi e Misure di Sèvres.

massa - kilogrammo - dopo il 20 maggio 2019

$$1 \text{ kg} = \frac{h}{6,62607015 \cdot 10^{-34}} \text{ m}^{-2} \text{ s}$$

Come si passa da una unità di misura ad un'altra?
Si usa la matematica!

$$3h = 3 \cdot (60min) = 180 \cdot (60s) = 10.800s$$

$$45mm^2 = 45 \cdot (mm)^2 = 45 \cdot (10^{-3}m)^2 = 45 \cdot 10^{-6}m^2$$

Grandezze derivate

Le grandezze derivate sono grandezze ottenute a partire da quelle fondamentali moltiplicate o divise tra loro. Sono ad esempio grandezze derivate:

Grandezze derivate

Le grandezze derivate sono grandezze ottenute a partire da quelle fondamentali moltiplicate o divise tra loro. Sono ad esempio grandezze derivate:

- la superficie: $m \cdot m = m^2$

Grandezze derivate

Le grandezze derivate sono grandezze ottenute a partire da quelle fondamentali moltiplicate o divise tra loro. Sono ad esempio grandezze derivate:

- la superficie: $m \cdot m = m^2$
- Il volume: $m \cdot m \cdot m = m^3$

Grandezze derivate

Le grandezze derivate sono grandezze ottenute a partire da quelle fondamentali moltiplicate o divise tra loro. Sono ad esempio grandezze derivate:

- la superficie: $m \cdot m = m^2$
- Il volume: $m \cdot m \cdot m = m^3$
- la densità: $\frac{kg}{m^3}$

La densità è il rapporto tra la massa e il volume di un corpo.

Densità

$$d = \frac{m}{V}$$

La densità è una caratteristica dei corpi dipendente essenzialmente dal materiale di cui essi sono costituiti, pur essendo definita a partire da massa e volume non dipende né dall'una né dall'altro.

Per poter scrivere agevolmente numeri composti da parecchie cifre come ad esempio:

- la massa del Sole:

2.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000 *kg*

si usa la notazione scientifica.

La massa del Sole così diventa $2 \cdot 10^{30} \text{kg}$ e il raggio atomico del rame $1,28 \cdot 10^{-10} \text{m}$.

Per poter scrivere agevolmente numeri composti da parecchie cifre come ad esempio:

- la massa del Sole:

$2.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000\text{kg}$

- raggio atomico del rame (Cu):

$0,000000000128\text{m}$

si usa la notazione scientifica.

La massa del Sole così diventa $2 \cdot 10^{30}\text{kg}$ e il raggio atomico del rame $1,28 \cdot 10^{-10}\text{m}$.

Per poter scrivere agevolmente numeri composti da parecchie cifre come ad esempio:

- la massa del Sole:

2.000.000.000.000.000.000.000.000.000.000 kg

- raggio atomico del rame (Cu):

0,000000000128 m

si usa la notazione scientifica.

Notazione scientifica

$$\boxed{\text{cifra delle unità } 1 \dots 9}, \boxed{\text{cifre } 0 \dots 9} \cdot 10^{\boxed{p \in \mathbb{Z}}}$$

La massa del Sole così diventa $2 \cdot 10^{30} kg$ e il raggio atomico del rame $1,28 \cdot 10^{-10} m$.

Cifre significative

In matematica non vi è differenza tra le scritture $0,560m$ e $0,56m$. Per la fisica le due scritture sono diverse, la prima (data con 3 cifre significative) indica una misura la cui precisione è inferiore al millimetro, la seconda (data con 2 cifre significative) una misura dalla precisione inferiore al centimetro.

Cifre significative

In matematica non vi è differenza tra le scritture $0,560m$ e $0,56m$. Per la fisica le due scritture sono diverse, la prima (data con 3 cifre significative) indica una misura la cui precisione è inferiore al millimetro, la seconda (data con 2 cifre significative) una misura dalla precisione inferiore al centimetro.

Arrotondamento

$1,234X$. . . si arrotonda in:

Cifre significative

In matematica non vi è differenza tra le scritture $0,560m$ e $0,56m$. Per la fisica le due scritture sono diverse, la prima (data con 3 cifre significative) indica una misura la cui precisione è inferiore al millimetro, la seconda (data con 2 cifre significative) una misura dalla precisione inferiore al centimetro.

Arrotondamento

$1,234X$. . . si arrotonda in:

- $1,23\boxed{4}$ se X è 0, 1, 2, 3 o 4

Cifre significative

In matematica non vi è differenza tra le scritture $0,560m$ e $0,56m$. Per la fisica le due scritture sono diverse, la prima (data con 3 cifre significative) indica una misura la cui precisione è inferiore al millimetro, la seconda (data con 2 cifre significative) una misura dalla precisione inferiore al centimetro.

Arrotondamento

$1,234X$. . . si arrotonda in:

- $1,23\boxed{4}$ se X è 0, 1, 2, 3 o 4
- $1,23\boxed{5}$ se X è 5, 6, 7, 8 o 9.

Misure: strumenti ed errori

Gli strumenti di misura sono apparati che consentono di effettuare le misure. Possono essere *analogici* (cioè dotati di un indicatore e di una scala di misura che consentono la lettura del risultato della misura) oppure *digitali* (cioè dotati di un display che mostra a video il risultato della misura) e si caratterizzano per portata e sensibilità.

Portata

É il massimo valore della grandezza che lo strumento è in grado di misurare.

Misure: strumenti ed errori

Gli strumenti di misura sono apparati che consentono di effettuare le misure. Possono essere *analogici* (cioè dotati di un indicatore e di una scala di misura che consentono la lettura del risultato della misura) oppure *digitali* (cioè dotati di un display che mostra a video il risultato della misura) e si caratterizzano per portata e sensibilità.

Portata

É il massimo valore della grandezza che lo strumento è in grado di misurare.

Sensibilità

É la più piccola variazione della grandezza che lo strumento è in grado di misurare.

Quando si effettua una misura si commettono errori.

Errori sistematici

Sono errori che vengono commessi sempre in eccesso o sempre in difetto, sono eliminabili se se ne individua la causa e/o l'entità.

Il risultato di una misura fisica deve indicare anche l'errore stimato per la misura stessa.

Misure: strumenti ed errori Sistemati e casuali

Quando si effettua una misura si commettono errori.

Errori sistematici

Sono errori che vengono commessi sempre in eccesso o sempre in difetto, sono eliminabili se se ne individua la causa e/o l'entità.

Errori casuali

Sono errori statistici che si commettono comunque effettuando più misure. Non è possibile eliminarli.

Il risultato di una misura fisica deve indicare anche l'errore stimato per la misura stessa.

Risultato di una misura fisica

$$\boxed{\text{misura stimata}} \pm \boxed{\text{errore}}$$

oppure, equivalentemente

$$\boxed{\text{misura stimata}} - \boxed{\text{errore}} < \boxed{\text{misure plausibili}} < \boxed{\text{misura stimata}} + \boxed{\text{errore}}$$

Il risultato di una misura fisica non è dunque un singolo valore numerico ma un intervallo di numeri reali compresi tra un valore minimo e uno massimo.

Per poter valutare l'errore commesso misurando una certa grandezza fisica si prendono più misure della stessa.

Misura stimata

$$\boxed{\text{misura stimata}} = \frac{\boxed{\text{misura 1}} + \cdots + \boxed{\text{misura N}}}{N}$$

Il valore più probabile stimato per la misura è dato dalla media aritmetica di tutte le misure effettuate.

L'errore assoluto di una misura o semplicemente errore può essere stimato in diversi modi, di seguito si propone la modalità più intuitiva ma non necessariamente statisticamente significativa.

Errore assoluto

$$\boxed{\text{errore assoluto}} = \frac{\boxed{\text{misura max}} - \boxed{\text{misura min}}}{2}$$

L'errore assoluto di una misura da solo non dà informazioni sulla bontà della misura stessa. Non è la stessa cosa commettere un errore di un metro nel misurare la lunghezza di un'automobile oppure la distanza Terra-Luna. Si introduce perciò l'errore relativo.

Errore relativo

$$\boxed{\text{errore relativo}} = \frac{\boxed{\text{errore assoluto}}}{\boxed{\text{misura stimata}}}$$

É possibile che il risultato di una misura fisica si ottenga:

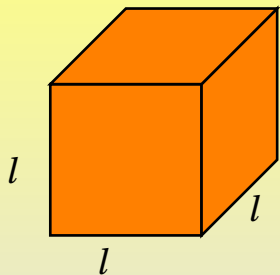
- in modo diretto dalla lettura della misura tramite strumento di misura

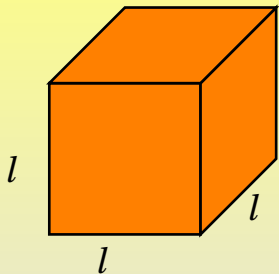
Come gestire quindi gli errori? Esistono diverse risposte, di seguito descriveremo, prima, una modalità di gestione degli errori che si basa sui diversi dati raccolti e la loro elaborazione, poi, una modalità più teorica applicabile anche a misure singole o delle quali non sono disponibili i singoli dati.

É possibile che il risultato di una misura fisica si ottenga:

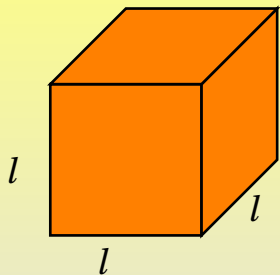
- in modo diretto dalla lettura della misura tramite strumento di misura
- in modo indiretto tramite l'utilizzo di formule matematiche.

Come gestire quindi gli errori? Esistono diverse risposte, di seguito descriveremo, prima, una modalità di gestione degli errori che si basa sui diversi dati raccolti e la loro elaborazione, poi, una modalità più teorica applicabile anche a misure singole o delle quali non sono disponibili i singoli dati.





Ipotizziamo di voler determinare il volume di un cubo misurandone lo spigolo e calcolando poi il volume ($V = l^3$).



Ipotizziamo di voler determinare il volume di un cubo misurandone lo spigolo e calcolando poi il volume ($V = l^3$).

Dati e volumi calcolati

l (m)	V (m^3)	l (m)	V (m^3)	l (m)	V (m^3)
10,39	1121	10,72	1231	10,93	1306
11,00	1331	10,91	1298	10,68	1217
10,33	1104	9,94	983	9,56	873

Dai dati misurati (le lunghezze) e calcolati (i volumi) presenti in tabella si ricava:

Dai dati misurati (le lunghezze) e calcolati (i volumi) presenti in tabella si ricava:

$$l = \frac{l_1 + \dots + l_9}{9} = 10,50m$$

$$e_l = \frac{l_{max} - l_{min}}{2} = 0,72m$$

$$\varepsilon_l = \frac{e_l}{l} = 0,069 = 6,9\%$$

Dai dati misurati (le lunghezze) e calcolati (i volumi) presenti in tabella si ricava:

$$l = \frac{l_1 + \dots + l_9}{9} = 10,50m \quad V = \frac{V_1 + \dots + V_9}{9} = 1163m^3$$

$$e_l = \frac{l_{max} - l_{min}}{2} = 0,72m \quad e_V = \frac{V_{max} - V_{min}}{2} = 229m^3$$

$$\varepsilon_l = \frac{e_l}{l} = 0,069 = 6,9\% \quad \varepsilon_V = \frac{e_V}{V} = 0,197 = 19,7\%$$

Misure: strumenti ed errori Propagazione errori

Come si possono stimare gli errori su una grandezza ricavata in modo indiretto a partire da altre delle quali sono noti valori medi ed errore?

$$c = a + b$$

$$e_c = e_a + e_b$$

Misure: strumenti ed errori Propagazione errori

Come si possono stimare gli errori su una grandezza ricavata in modo indiretto a partire da altre delle quali sono noti valori medi ed errore?

$$c = a + b$$

$$e_c = e_a + e_b$$

$$c = a \cdot b$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_a + \varepsilon_b \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{e_c}{c} = \frac{e_a}{a} + \frac{e_b}{b} \rightarrow$$

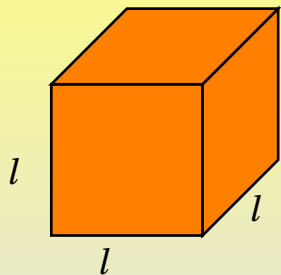
$$\rightarrow e_c = c \cdot \left(\frac{e_a}{a} + \frac{e_b}{b} \right)$$

Si ha che:

$$V = l^3 = 1156m^3$$

$$\varepsilon_V = 3 \cdot \varepsilon_l = 3 \cdot \frac{e_l}{l} = 0,21 = 21\%$$

$$e_V = V \cdot \varepsilon_V = 240m^3$$

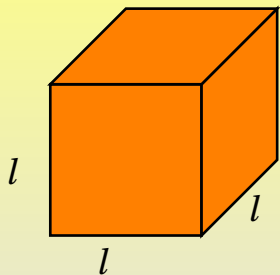


Si ha che:

$$V = l^3 = 1156m^3$$

$$\varepsilon_V = 3 \cdot \varepsilon_l = 3 \cdot \frac{e_l}{l} = 0,21 = 21\%$$

$$e_V = V \cdot \varepsilon_V = 240m^3$$



Ipotizziamo di sapere che lo spigolo misuri $(10,50 \pm 0,72) m$. Quindi: $l = 10,50m$ e $e_l = 0,72m$.

Si ha che:

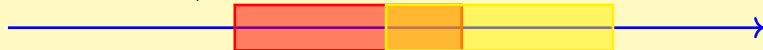
$$V = l^3 = 1156m^3$$

$$\varepsilon_V = 3 \cdot \varepsilon_l = 3 \cdot \frac{e_l}{l} = 0,21 = 21\%$$

$$e_V = V \cdot \varepsilon_V = 240m^3$$

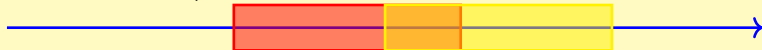
Compatibili

Due misure sono compatibili se gli intervalli, esito della misura, si intersecano.



Compatibili

Due misure sono compatibili se gli intervalli, esito della misura, si intersecano.



Non compatibili

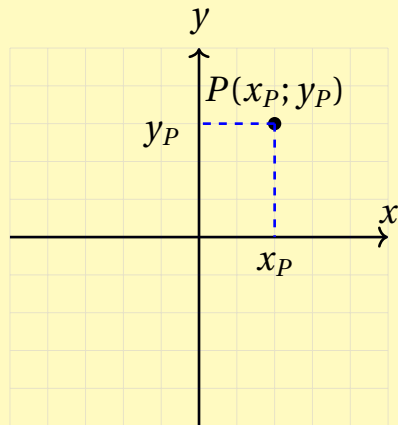
Due misure sono incompatibili se gli intervalli, esito della misura, non si intersecano.



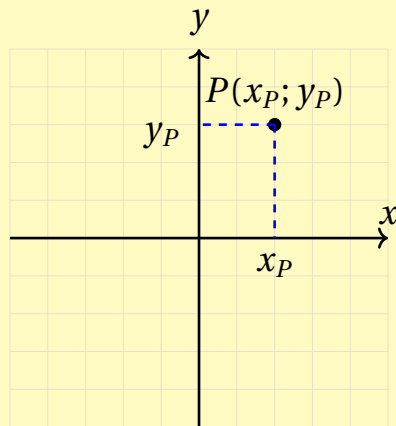
Punti sul piano cartesiano

Punti sul piano cartesiano

Punti sul piano cartesiano



Punti sul piano cartesiano

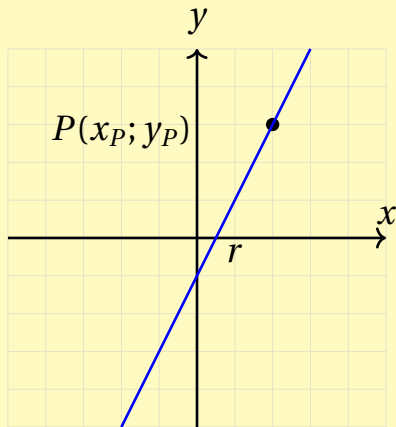


Un punto P sul piano cartesiano è individuato da una coppia di coordinate $P(x_P; y_P)$.

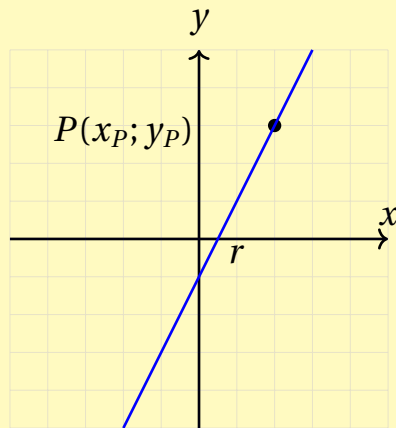
Funzione lineare: $y = mx + q$

Funzione lineare: $y = mx + q$

Funzione lineare: $y = mx + q$



Funzione lineare: $y = mx + q$



$$r : y = mx + q$$

$$P \in r \leftrightarrow y_P = mx_P + q$$

oppure

$$r : x = k$$

$$P \in r \leftrightarrow x_P = k$$

Retta, definizione e significato di m

Retta, definizione e significato di m

Retta, definizione e significato di m

Retta, definizione e significato di m

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Introduzione alla trigonometria

Funzioni seno e coseno di un angolo:

Introduzione alla trigonometria

Funzioni seno e coseno di un angolo:

Introduzione alla trigonometria

Funzioni seno e coseno di un angolo:

$$\cos(\gamma) = \frac{x_P}{r}$$

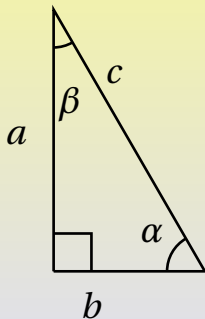
$$\sin(\gamma) = \frac{y_P}{r}$$

$$\cos^2(\gamma) + \sin^2(\gamma) = 1$$

Relazioni lato-angolo in un triangolo rettangolo:

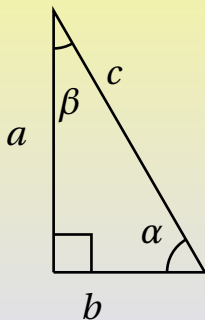
Introduzione alla trigonometria Triangolo rettangolo

Relazioni lato-angolo in un triangolo rettangolo:



Introduzione alla trigonometria Triangolo rettangolo

Relazioni lato-angolo in un triangolo rettangolo:



$$a = c \cdot \sin \alpha = c \cdot \cos \beta$$

$$b = c \cdot \sin \beta = c \cdot \cos \alpha$$

$$c = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{a}{\cos \beta} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{b}{\cos \alpha}$$

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{a}{c}\right) = \arccos\left(\frac{b}{c}\right)$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{b}{c}\right) = \arccos\left(\frac{a}{c}\right)$$

Definizione geometrica di vettore

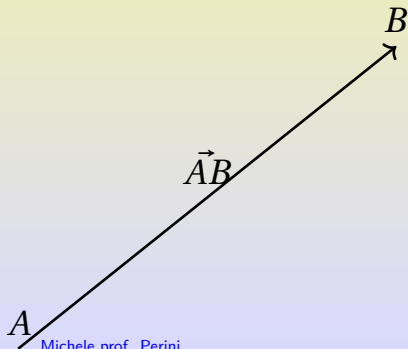
Un vettore è un segmento orientato caratterizzato da un modulo, una direzione e un verso. Due vettori con medesimo modulo, direzione parallela e medesimo verso sono equipollenti.

Definizione geometrica di vettore

Un vettore è un segmento orientato caratterizzato da un modulo, una direzione e un verso. Due vettori con medesimo modulo, direzione parallela e medesimo verso sono equipollenti.

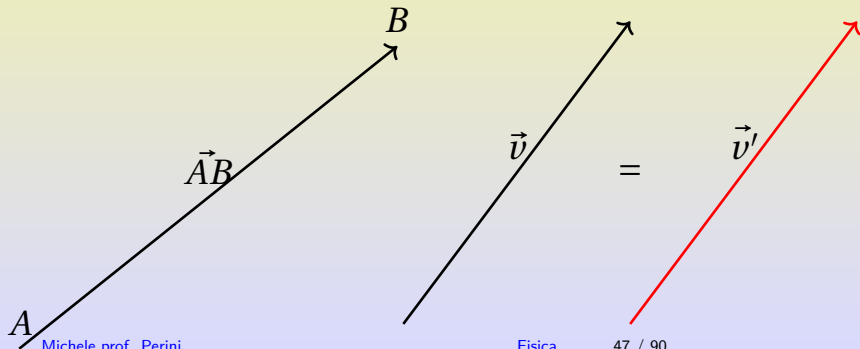
Definizione geometrica di vettore

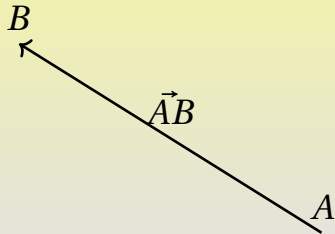
Un vettore è un segmento orientato caratterizzato da un modulo, una direzione e un verso. Due vettori con medesimo modulo, direzione parallela e medesimo verso sono equipollenti.

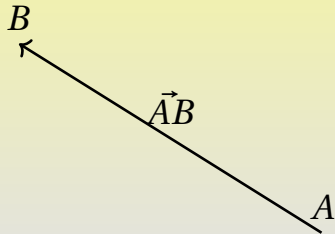


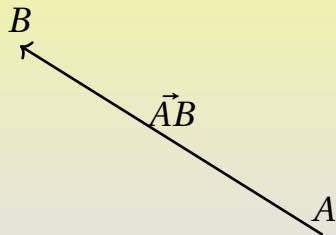
Definizione geometrica di vettore

Un vettore è un segmento orientato caratterizzato da un modulo, una direzione e un verso. Due vettori con medesimo modulo, direzione parallela e medesimo verso sono equipollenti.

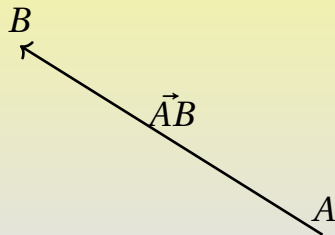




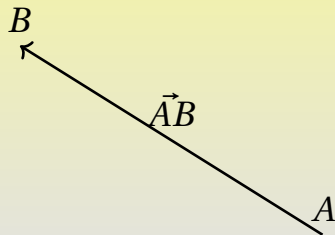




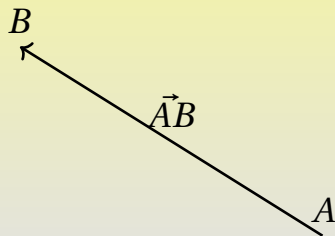
- Il modulo del vettore \vec{AB} è proporzionale alla lunghezza del segmento e si indica con i simboli $|\vec{AB}| = AB$.



- Il modulo del vettore \vec{AB} è proporzionale alla lunghezza del segmento e si indica con i simboli $|\vec{AB}| = AB$.
- La direzione è la retta per A e B.



- Il modulo del vettore \vec{AB} è proporzionale alla lunghezza del segmento e si indica con i simboli $|\vec{AB}| = AB$.
- La direzione è la retta per A e B.
- il verso è indicato dalla freccia.

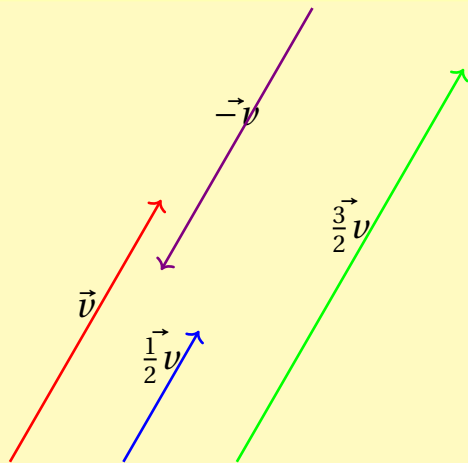


- Il modulo del vettore \vec{AB} è proporzionale alla lunghezza del segmento e si indica con i simboli $|\vec{AB}| = AB$.
- La direzione è la retta per A e B.
- il verso è indicato dalla freccia.
- A è detto punto di applicazione.

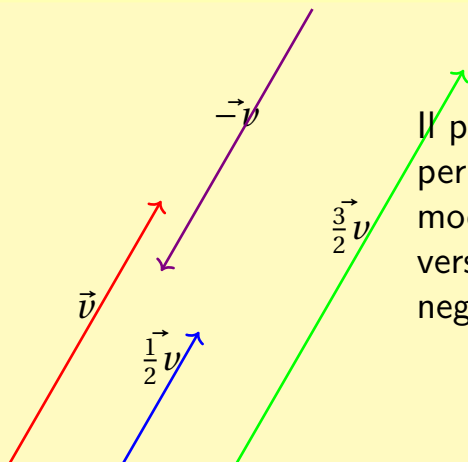
Prodotto scalare per vettore

Prodotto scalare per vettore

Prodotto scalare per vettore



Prodotto scalare per vettore



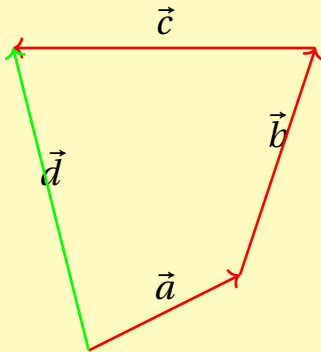
Il prodotto di uno scalare per un vettore modifica il modulo del vettore ed il verso in caso di scalare negativo.

$$|\alpha \vec{v}| = |\alpha| |\vec{v}|$$

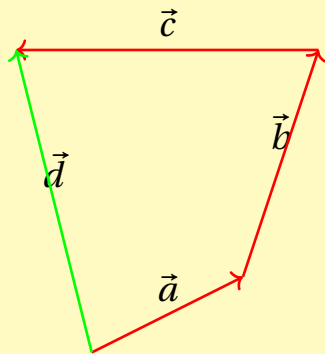
Somma tra vettori

Somma tra vettori

Somma tra vettori



Somma tra vettori



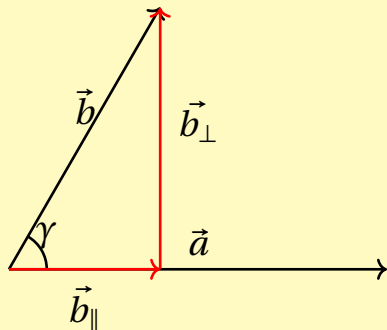
$$\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

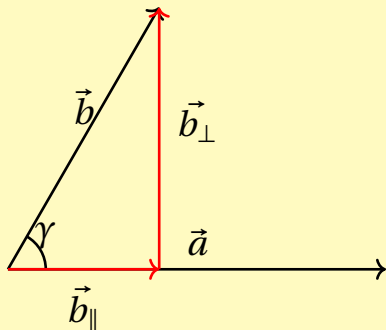
É possibile sommare i vettori eventualmente trasladoli e disponendo la coda del successivo in corrispondenza della punta del precedente.

Prodotto scalare, caso $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$

Prodotto scalare, caso $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$

Prodotto scalare, caso $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$



Prodotto scalare, caso $0 < \gamma < \frac{\pi}{2}$ 

Il prodotto scalare è una operazione commutativa che abbina a due vettori uno scalare.

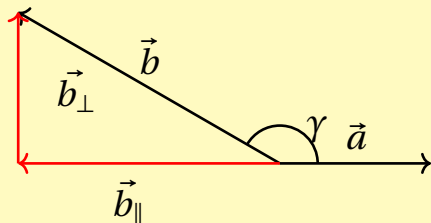
$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b}_{\parallel} =$$

$$= |\vec{a}| \cdot |\vec{b}_{\parallel}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \gamma$$

Prodotto scalare, caso $\frac{\pi}{2} < \gamma < \pi$

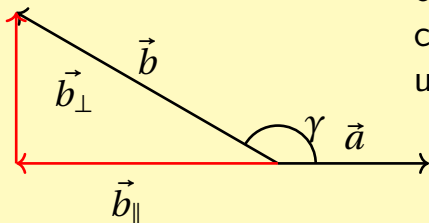
Prodotto scalare, caso $\frac{\pi}{2} < \gamma < \pi$

Prodotto scalare, caso $\frac{\pi}{2} < \gamma < \pi$



Prodotto scalare, caso $\frac{\pi}{2} < \gamma < \pi$

Il prodotto scalare è una operazione commutativa che abbina a due vettori uno scalare.



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b}_{\parallel} =$$

$$= -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}_{\parallel}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \gamma$$

Il prodotto scalare è massimo (in valore assoluto) tra vettori paralleli e vale zero tra vettori perpendicolari.

$$\left| \vec{a} \cdot \vec{b} \right| = |\vec{a}| \cdot \left| \vec{b} \right| \leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

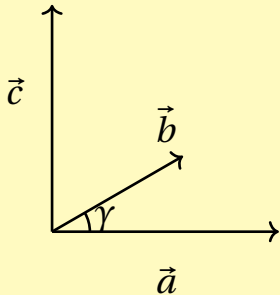
In generale vale la relazione:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} = |\vec{a}| \cdot \left| \vec{b} \right| \cdot \cos \gamma$$

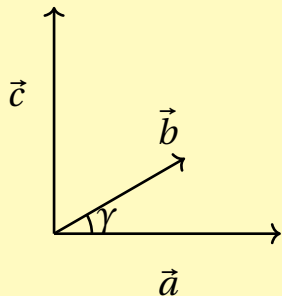
Prodotto vettoriale (direzione)

Prodotto vettoriale (direzione)

Prodotto vettoriale (direzione)



Prodotto vettoriale (direzione)



Il prodotto vettoriale è una operazione che abbina a due vettori un terzo vettore perpendicolare ad essi.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

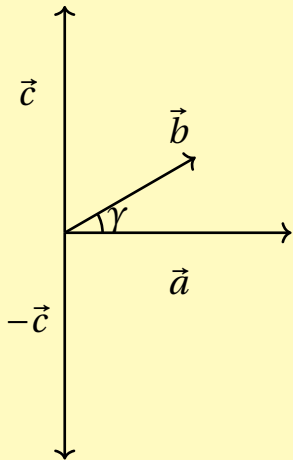
$$\vec{c} \perp \vec{a}$$

$$\vec{c} \perp \vec{b}$$

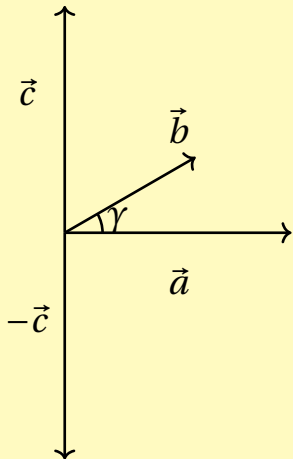
Prodotto vettoriale (verso)

Prodotto vettoriale (verso)

Prodotto vettoriale (verso)



Prodotto vettoriale (verso)



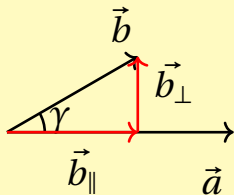
Il prodotto vettoriale è anticommutativo.

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$$

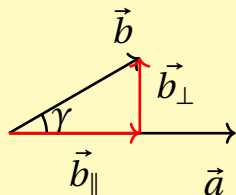
Prodotto vettoriale (modulo)

Prodotto vettoriale (modulo)

Prodotto vettoriale (modulo)



Prodotto vettoriale (modulo)



$$\begin{aligned} |\vec{a} \times \vec{b}| &= |\vec{a} \times \vec{b}_{\perp}| = \\ &= |\vec{a}| \cdot |\vec{b}_{\perp}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \gamma \end{aligned}$$

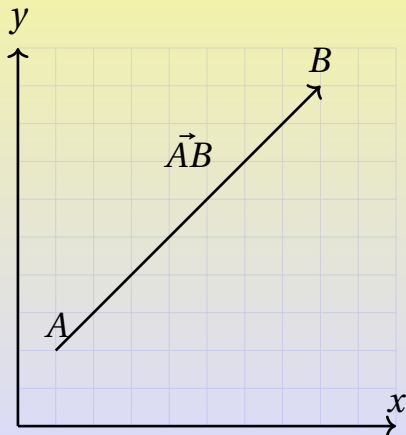
Il prodotto vettoriale è massimo (in modulo) tra vettori perpendicolari e vale zero (il vettore zero è un vettore di modulo nullo) tra vettori paralleli.

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$$

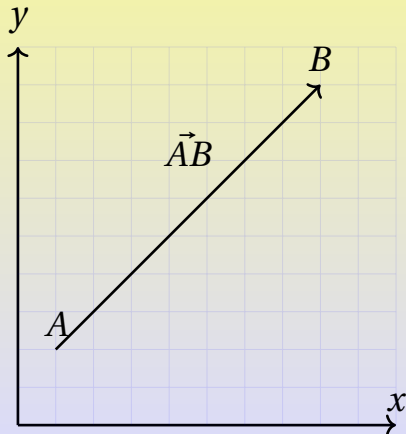
$$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0} \leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b}$$

Un vettore può essere definito come una ennupla ordinata sulla quale si definiscono le operazioni di prodotto scalare-vettore e di somma.

Un vettore può essere definito come una ennupla ordinata sulla quale si definiscono le operazioni di prodotto scalare-vettore e di somma.



Un vettore può essere definito come una ennupla ordinata sulla quale si definiscono le operazioni di prodotto scalare-vettore e di somma.



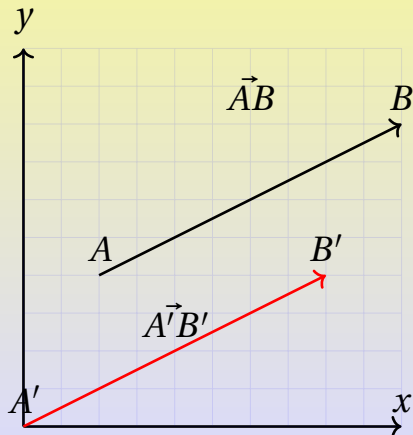
$$A(x_A, y_A, z_A)$$

$$B(x_B, y_B, z_B)$$

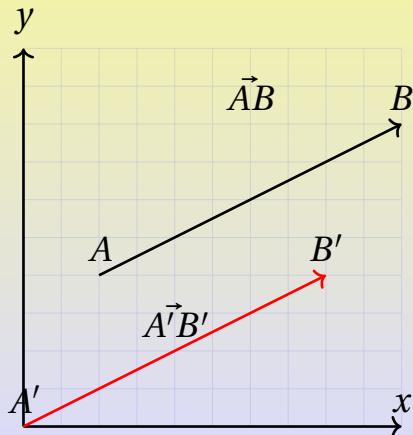
$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix}$$

Due vettori sono equivalenti se hanno le medesime rispettive componenti. Due vettori equivalenti hanno lo stesso modulo, direzione e verso.

Due vettori sono equivalenti se hanno le medesime rispettive componenti. Due vettori equivalenti hanno lo stesso modulo, direzione e verso.



Due vettori sono equivalenti se hanno le medesime rispettive componenti. Due vettori equivalenti hanno lo stesso modulo, direzione e verso.

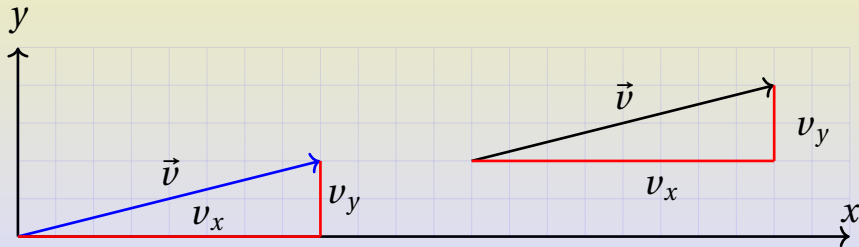


$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} =$$
$$= \vec{A'B'} = \begin{pmatrix} x_{B'} - x_{A'} \\ y_{B'} - y_{A'} \\ z_{B'} - z_{A'} \end{pmatrix}$$

Modulo di un vettore

Dato il vettore $\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$ il suo modulo è

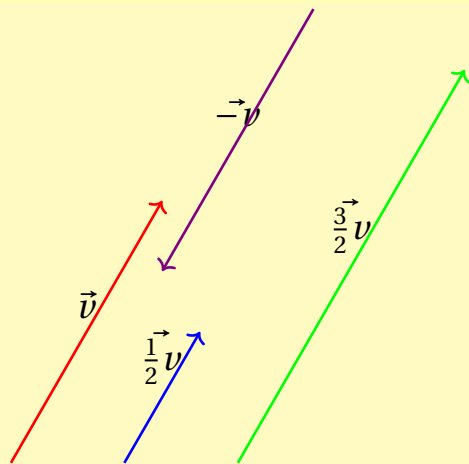
$$|\vec{v}| = v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$



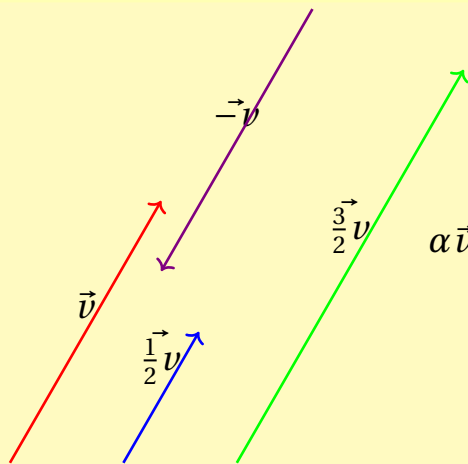
Prodotto scalare per vettore

Prodotto scalare per vettore

Prodotto scalare per vettore



Prodotto scalare per vettore



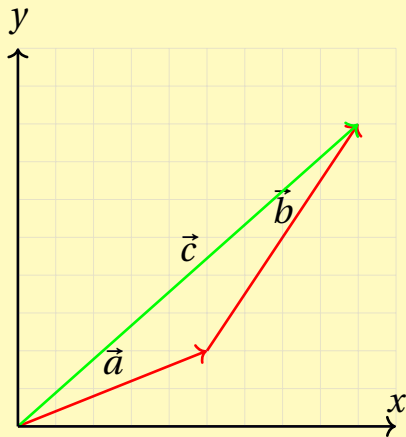
$$\alpha \vec{v} = \alpha \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha v_x \\ \alpha v_y \\ \alpha v_z \end{pmatrix}$$

$$|\alpha \vec{v}| = |\alpha| |\vec{v}|$$

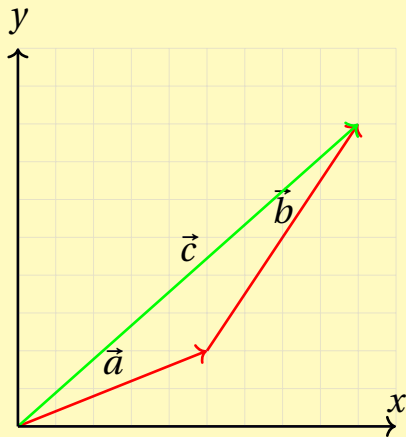
Somma tra vettori

Somma tra vettori

Somma tra vettori



Somma tra vettori



$$\begin{aligned}\vec{c} &= \vec{a} + \vec{b} = \\ &= \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \\ b_z \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} a_x + b_x \\ a_y + b_y \\ a_z + b_z \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Il prodotto scalare è strettamente legato al modulo di un vettore:

$$\vec{v} \cdot \vec{v} = (\vec{v})^2 = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = |\vec{v}|^2$$

Statica del punto

In questa sezione ci occuperemo di modellizzare alcune sistemi fisici costituiti da oggetti puntiformi non in movimento.

Equilibrio

Per ora diremo che un oggetto è in equilibrio se è “fermo” e rimane “fermo” a lungo.

Dinamometro

Un dinamometro è uno strumento di misura costituito da una molla con una scala graduata.



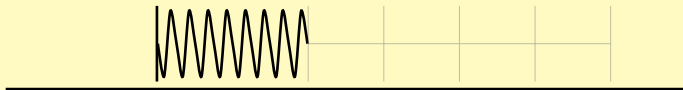
Dinamometro

Un dinamometro è uno strumento di misura costituito da una molla con una scala graduata.



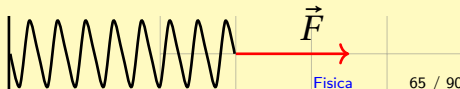
Dinamometro

Un dinamometro è uno strumento di misura costituito da una molla con una scala graduata.



Forza

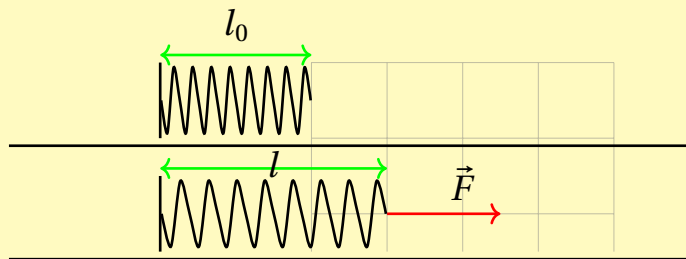
La forza è la grandezza fisica vettoriale che si misura con il dinamometro. L'unità di misura della forza è il Newton (N).



Legge di Hooke

Il dinamometro segue la legge di Hooke, che spiega matematicamente come il modulo di una forza applicata ad una molla sia direttamente proporzionale all'allungamento della stessa:

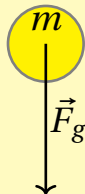
$$|\vec{F}| = k \cdot |l - l_0|.$$



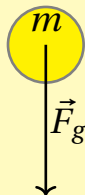
Forza di gravità

Forza di gravità

Forza di gravità



Forza di gravità



Tutti gli oggetti dotati di massa (in prossimità della crosta terrestre) sono attirati verso il basso con una forza detta forza di gravità (o peso):

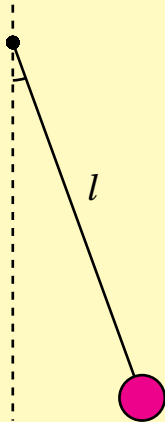
$$|\vec{F}_g| = m \cdot |\vec{g}|$$

$$|\vec{g}| = g = 9.8 \frac{N}{kg}$$

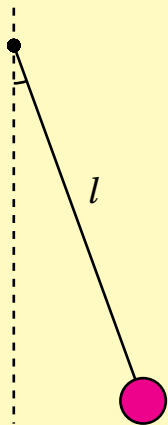
Misura della accelerazione di gravità

Misura della accelerazione di gravità

Misura della accelerazione di gravità



Misura della accelerazione di gravità



Il periodo (T) di oscillazione del pendolo, per angoli piccoli, è dato dalla relazione:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

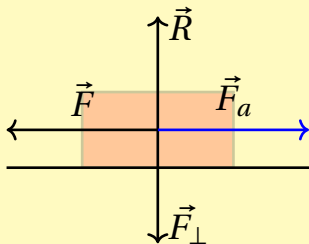
da cui la relazione:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$$

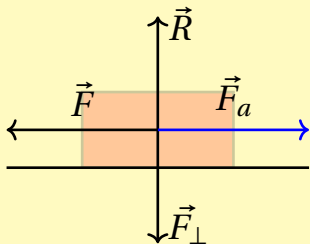
Forza di attrito statico

Forza di attrito statico

Forza di attrito statico



Forza di attrito statico

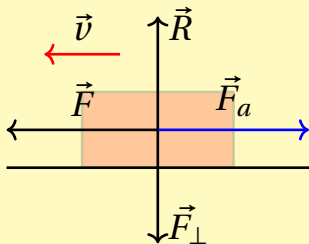


$$|\vec{F}_a| \leq k_s \cdot |\vec{F}_\perp| = |F_{a\text{MAX}}|$$

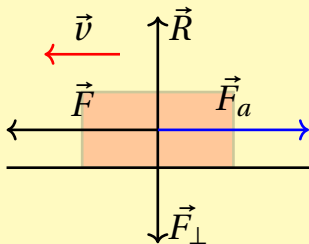
Forza di attrito dinamico

Forza di attrito dinamico

Forza di attrito dinamico



Forza di attrito dinamico



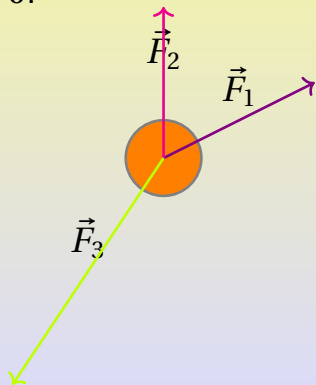
$$|\vec{F}_a| = k_d \cdot |\vec{F}_\perp|$$

Statica del punto Condizione di equilibrio: molla con massa

Un corpo è in equilibrio se, in dato istante, è “fermo” e la risultante delle forze agenti su di esso è $\vec{0}$.

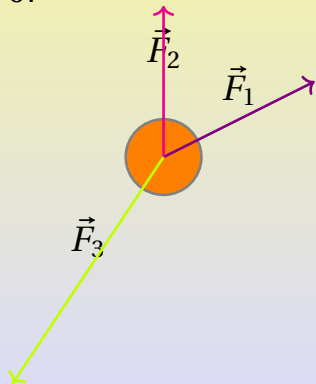
Statica del punto Condizione di equilibrio: molla con massa

Un corpo è in equilibrio se, in dato istante, è “fermo” e la risultante delle forze agenti su di esso è $\vec{0}$.



Statica del punto Condizione di equilibrio: molla con massa

Un corpo è in equilibrio se, in dato istante, è “fermo” e la risultante delle forze agenti su di esso è $\vec{0}$.



$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \cdots = \vec{0}$$

Statica del punto Condizione di equilibrio: molla con massa

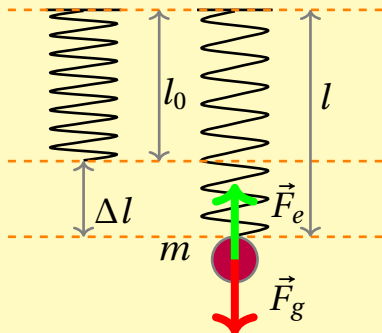
Massa appesa ad una molla

Statica del punto Condizione di equilibrio: molla con massa

Massa appesa ad una molla

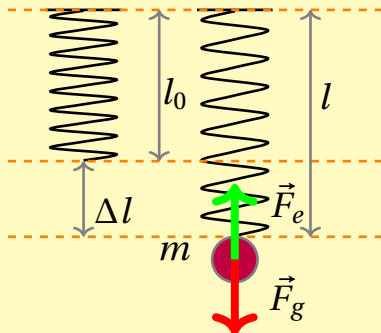
Statica del punto Condizione di equilibrio: molla con massa

Massa appesa ad una molla



Statica del punto Condizione di equilibrio: molla con massa

Massa appesa ad una molla



Condizione di equilibrio
vettoriale:

$$\vec{F}_e + \vec{F}_g = \vec{0}$$

Condizione di equilibrio in
modulo:

$$|\vec{F}_e| = |\vec{F}_g|$$

$$k(l - l_0) = mg$$

Statica del punto Condizione di equilibrio: piano
inclinato

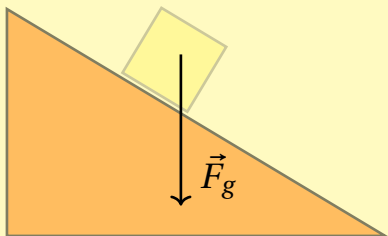
Massa su piano inclinato

Statica del punto Condizione di equilibrio: piano
inclinato

Massa su piano inclinato

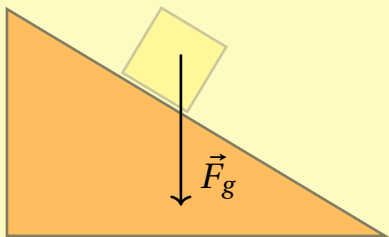
Statica del punto Condizione di equilibrio: piano inclinato

Massa su piano inclinato



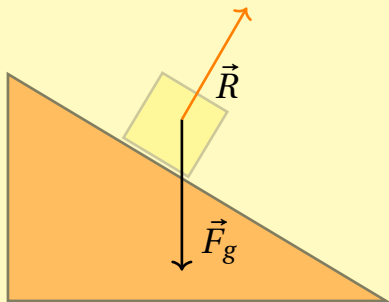
Statica del punto Condizione di equilibrio: piano inclinato

Massa su piano inclinato



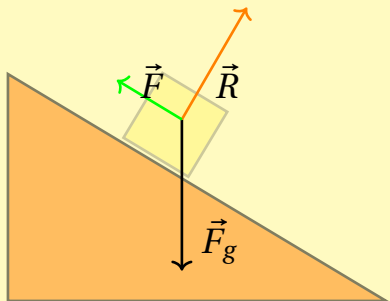
Statica del punto Condizione di equilibrio: piano inclinato

Massa su piano inclinato



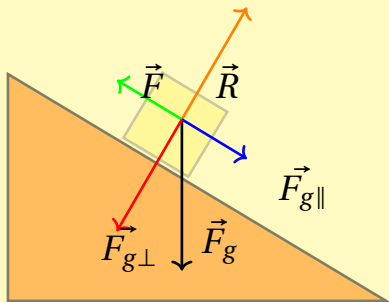
Statica del punto Condizione di equilibrio: piano inclinato

Massa su piano inclinato



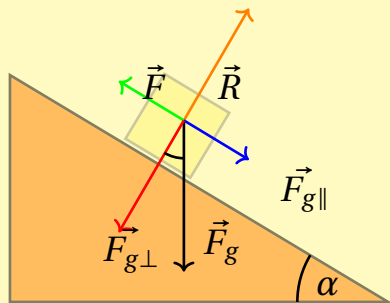
Statica del punto Condizione di equilibrio: piano inclinato

Massa su piano inclinato



Statica del punto Condizione di equilibrio: piano inclinato

Massa su piano inclinato



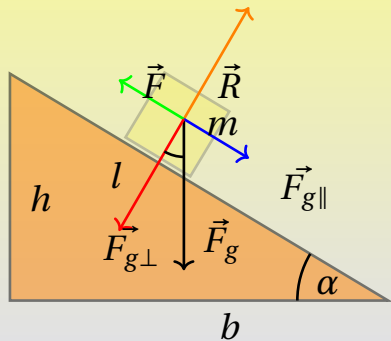
Condizione di equilibrio vettoriale:

$$\vec{F} + \vec{F}_g + \vec{R} = \vec{0}$$

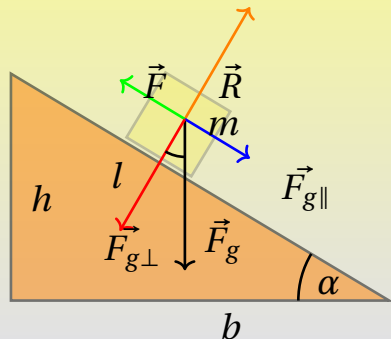
Condizioni di equilibrio in modulo: $|\vec{R}| = |\vec{F}_{g\perp}|$ e $|\vec{F}| = |\vec{F}_{g\parallel}|$

Statica del punto Condizione di equilibrio: piano inclinato

Statica del punto Condizione di equilibrio: piano inclinato



Statica del punto Condizione di equilibrio: piano inclinato



Sul piano inclinato valgono anche le relazioni:

$$|\vec{F}_{g\parallel}| = |\vec{F}_g| \cdot \frac{h}{l} = |\vec{F}_g| \cdot \sin \alpha$$

$$|\vec{F}_{g\perp}| = |\vec{F}_g| \cdot \frac{b}{l} = |\vec{F}_g| \cdot \cos \alpha$$

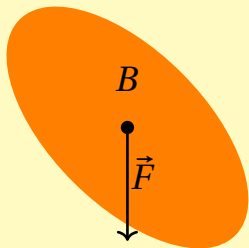
Statica dei corpi rigidi

Un corpo rigido è un corpo costituito da un insieme di punti materiali che mantengono le posizioni reciproche. Un corpo rigido mantiene la sua massa, volume e forma, può sia traslare che ruotare nello spazio. Di seguito ci occuperemo delle condizioni di equilibrio per un corpo rigido in condizioni particolarmente semplici.

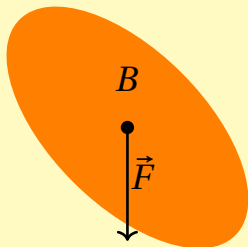
Baricentro

Baricentro

Baricentro



Baricentro

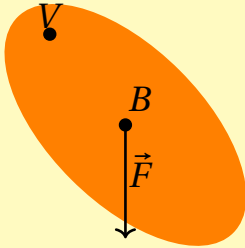


Ogni corpo rigido possiede un particolare punto detto baricentro (o centro di massa) dove è possibile pensare applicate tutte le forze agenti sul corpo. Un corpo rigido non vincolato tende a ruotare attorno ad un asse passante per B .

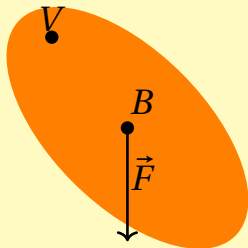
Corpo vincolato

Corpo vincolato

Corpo vincolato



Corpo vincolato

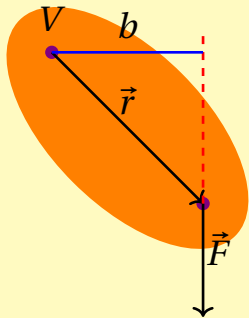


Un corpo rigido può essere vincolato a ruotare attorno ad un asse o un punto fisso detto vincolo.

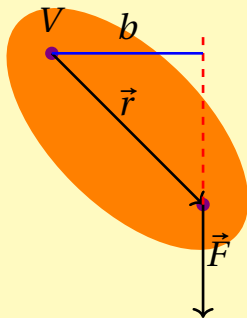
Momento

Momento

Momento



Momento

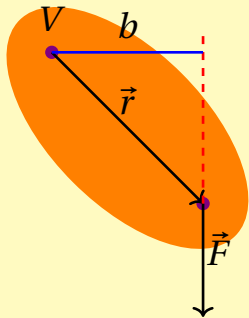


La tendenza a ruotare di un corpo rigido è legata ai momenti applicati al corpo. Un momento è un vettore \perp sia a \vec{F} che a \vec{r} il cui modulo è dato da $|\vec{M}_{\vec{F}}| = b \cdot |\vec{F}|$.

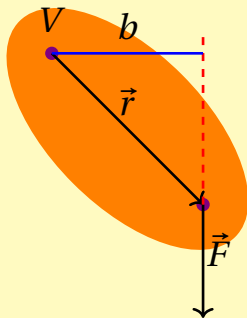
Verso del momento e verso di rotazione

Verso del momento e verso di rotazione

Verso del momento e verso di rotazione



Verso del momento e verso di rotazione

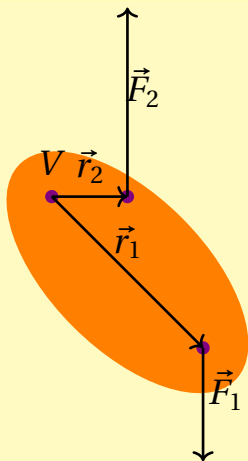


Se \vec{F} e \vec{r} giacciono sul piano del disegno, $\vec{M}_{\vec{F}}$ è perpendicolare al piano stesso. Nel caso rappresentato il momento è entrante.

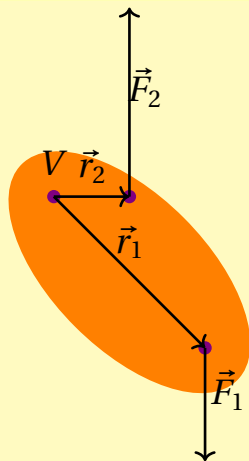
Condizioni di equilibrio rotazionale per i corpi rigidi

Condizioni di equilibrio rotazionale per i corpi rigidi

Condizioni di equilibrio rotazionale per i corpi rigidi



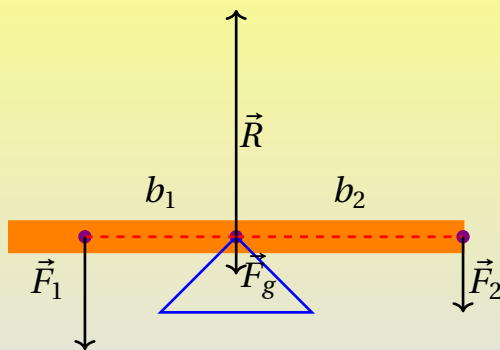
Condizioni di equilibrio rotazionale per i corpi rigidi



Condizione di equilibrio rotazionale:

$$\vec{M}_{\vec{F}_1} + \vec{M}_{\vec{F}_2} + \dots + \vec{M}_{\vec{F}_N} = \vec{0}$$

Statica dei corpi rigidi Condizioni di equilibrio: leve



Equilibrio rotazionale: $\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = \vec{0} \rightarrow b_1 F_1 - b_2 F_2 = 0$

Equilibrio traslazionale:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_g + \vec{R} = \vec{0} \rightarrow R - F_1 - F_2 - F_g = 0$$

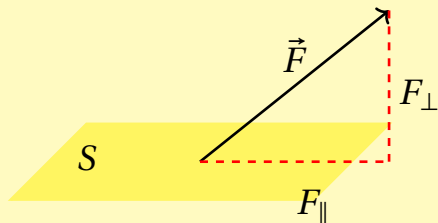
Un fluido ideale è un gas o un liquido che ha densità costante e trasmette in modo omogeneo la pressione sulla sue pareti (i gas hanno un comportamento complesso che sarà analizzato nel dettaglio più avanti ma possiamo, nelle situazioni che saranno descritte di seguito, considerarli come tali).

Di seguito considereremo come fluidi: l'acqua, il mercurio, l'alcool, l'aria, . . .

Pressione

Pressione

Pressione



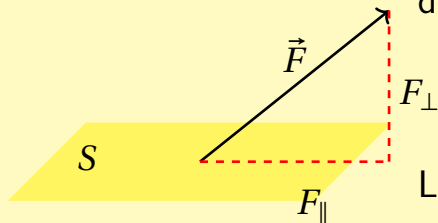
Pressione

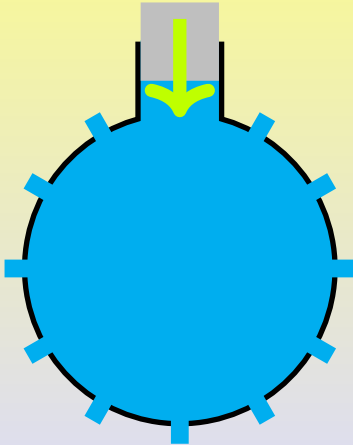
La pressione è uno scalare definito dalla relazione:

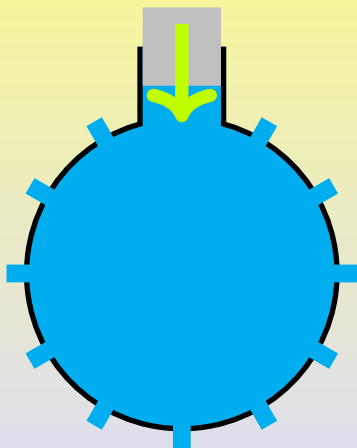
$$p = \frac{F_{\perp}}{S}$$

L'unità di misura della pressione è il Pascal (Pa)

○ $\frac{N}{m^2}$.





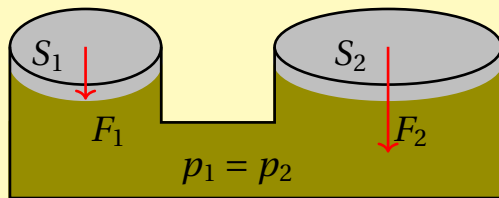


In un fluido, chiuso in un contenitore, un cambiamento di pressione, che avvenga in una sua parte, si trasmette senza perdite su tutto il fluido e sulle pareti del contenitore.

Applicazione del principio di Pascal: torchio idraulico

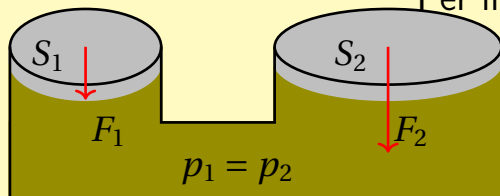
Applicazione del principio di Pascal: torchio idraulico

Applicazione del principio di Pascal: torchio idraulico



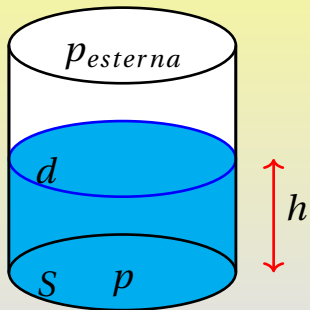
Applicazione del principio di Pascal: torchio idraulico

Per il principio di Pascal:

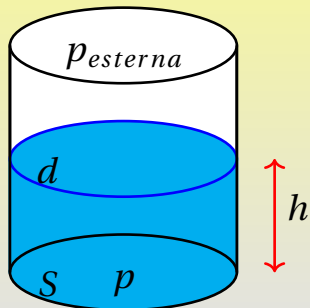


$$p_1 = p_2$$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$



La pressione sul fondo del contenitore vale:

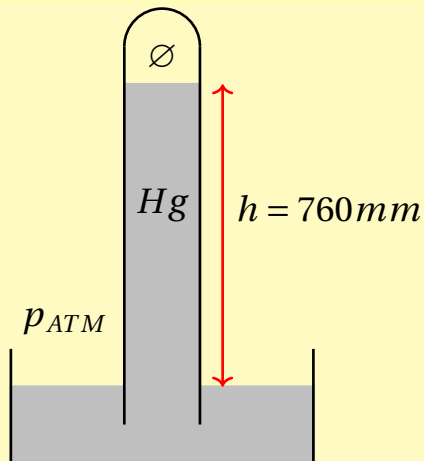


$$\begin{aligned}
 p &= \frac{mg}{S} + p_{esterna} = \\
 &= \frac{dVg}{S} + p_{esterna} = \\
 &= \frac{dShg}{S} + p_{esterna} = \\
 &= gdh + p_{esterna}
 \end{aligned}$$

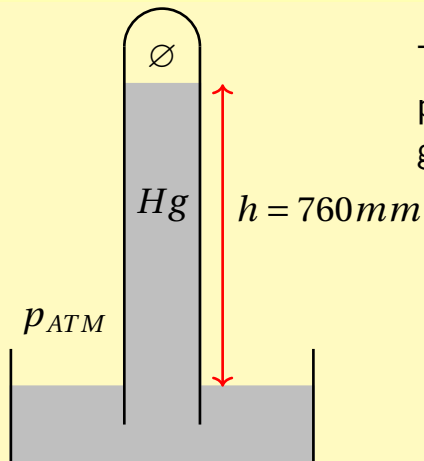
Applicazione legge di Stevin: esperienza di Torricelli

Applicazione legge di Stevin: esperienza di Torricelli

Applicazione legge di Stevin: esperienza di Torricelli



Applicazione legge di Stevin: esperienza di Torricelli



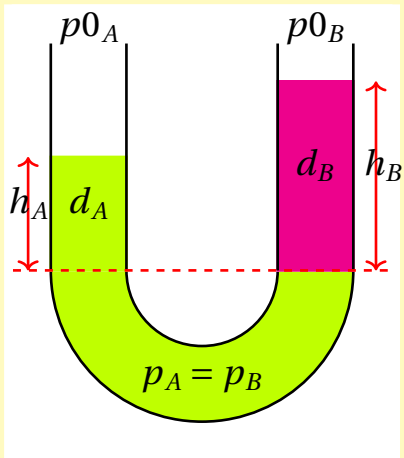
Torricelli misuró la pressione atmosferica grazie alla legge di Stevin:

$$\begin{aligned}
 p_{ATM} &= \rho_{Hg} g h = \\
 &= 9.8 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 0,76\text{ m} = 101000\text{ Pa}
 \end{aligned}$$

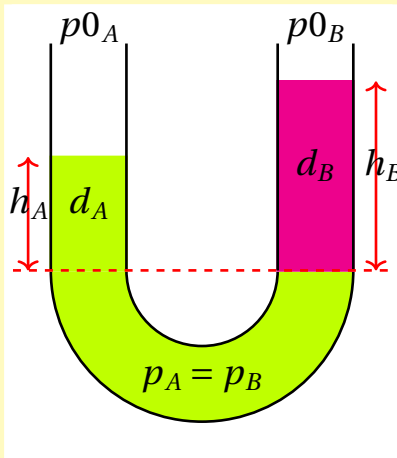
Applicazione legge di Stevin: tubo ad U

Applicazione legge di Stevin: tubo ad U

Applicazione legge di Stevin: tubo ad U



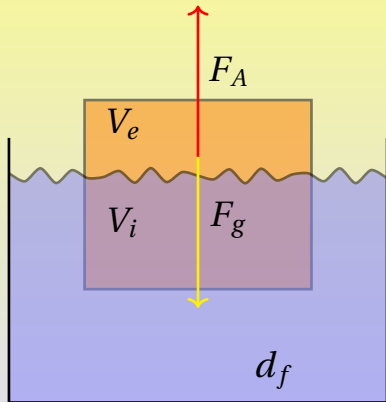
Applicazione legge di Stevin: tubo ad U



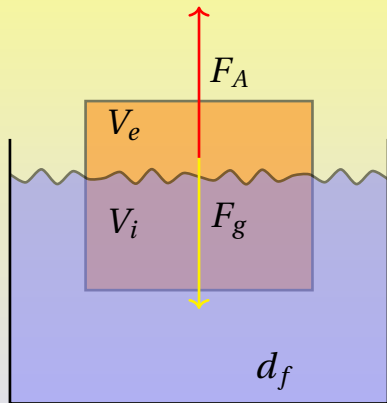
In un tubo ad U la pressione nei due rami è la stessa:

$$p_A = p_B$$

$$p_{0A} + g d_A h_A = p_{0B} + g d_B h_B$$



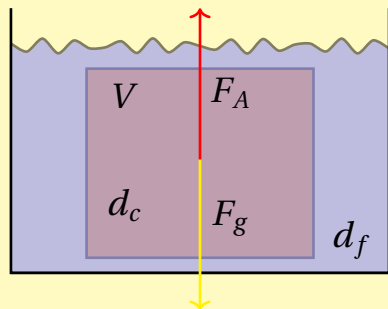
$$F_A = g d_f V_i$$



Un corpo immerso in un fluido è sottoposto ad una forza diretta verso l'alto pari al prodotto della accelerazione di gravità per la densità del fluido per il volume immerso nel liquido, tale prodotto è pari al peso del fluido spostato.

Applicazione della legge di Archimede: galleggiamento

Applicazione della legge di Archimede: galleggiamento

Applicazione della legge di Archimede:
galleggiamento

Applicazione della legge di Archimede:
galleggiamento

Un oggetto affonda (o non affiora dall'acqua) se:

$$F_g \geq F_A$$

$$d_c V g \geq g d_f V$$

$$\rightarrow d_c \geq d_f$$

Di conseguenza un oggetto galleggia se:

$$\rightarrow d_c \leq d_f$$

